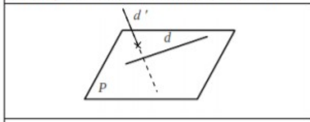
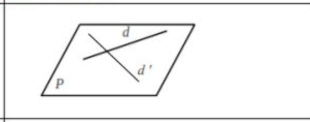
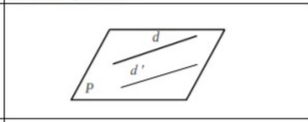
Tout théorème de géométrie plane s'applique dans n'importe quel plan de l'espace

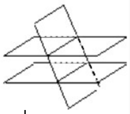
Positions relatives de deux droites :

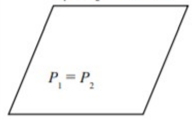
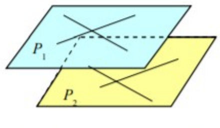
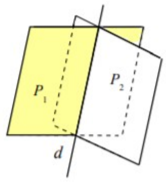
d et d' sont non coplanaires	d et d' sont coplanaires	
Aucun plan ne les contient toutes les deux.	Elles sont sécantes.	Elles sont parallèles.
		
Leur intersection est vide.	Elles ont un seul point en commun.	Elles sont strictement parallèles ou confondues.

Positions relatives de deux plans :

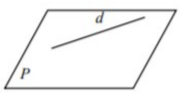
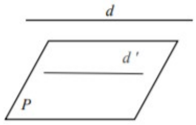
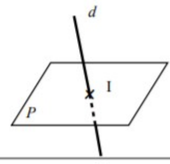
Propriété d'incidence :

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les intersections sont des droites parallèles.



P_1 et P_2 sont parallèles		P_1 et P_2 sont sécants
P_1 et P_2 confondus 	 P_1 et P_2 sont strictement parallèles	
	Il existe deux droites sécantes de P_1 et deux droites sécantes de P_2 parallèles deux à deux.	Leur intersection est une droite.

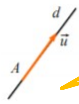
Positions relatives d'une droite et d'un plan :

d et P sont parallèles		d et P sont sécants
 d est contenue dans P	 d est strictement parallèle à P	
Une droite d est parallèle à un plan P si, et seulement si, il existe une droite d' de P parallèle à d.		Leur intersection est un point unique.

On définit les vecteurs de l'espace comme les vecteurs du plan . Les propriétés et les règles sont identiques.

Interprétation vectorielle des droites de l'espace :

Soit d une droite. On appelle **vecteurs directeurs** de d les vecteurs, non nuls, définis par deux points de d. Soit A un point de l'espace et $\vec{u}$ un vecteur non nul.
$(A\,;\vec{u})$ représente la droite qui passe par A et de direction, la direction de $\vec{u}$.

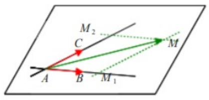


Deux droites sont parallèles si, et seulement si, leurs vecteurs directeurs son colinéaires.

Interprétation vectorielle des plans de l'espace :

Plan défini par trois points :

Soit A , B et C trois points non alignés. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M de l'espace tels qu'il existe des réels x et y vérifiant $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$



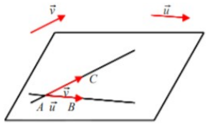
Plan défini par un point et un couple de vecteurs non colinéaires :

Un point A et deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires déterminent un unique plan : le plan (ABC) où $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ et $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$.
On note $(A;\vec{u},\vec{v})$ ce plan . $(A;\vec{u},\vec{v})$ est l'ensemble des points M de l'espace tels qu'il existe deux réels x et y vérifiant $\overrightarrow{AM}=x\vec{u}+y\vec{v}$.

Deux plans ayant même couple de vecteurs directeurs sont parallèles.

Vocabulaire à connaître :

- On dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **des vecteurs directeurs** du plan (ABC) , ou qu'ils définissent **la direction** du plan (ABC) , ou que le plan (ABC) est **dirigé** par $\vec{u}$ et $\vec{v}$, ou que $(\vec{u}\,,\vec{v})$ est une **base** des vecteurs du plan (ABC) .
- Si on peut écrire un vecteur $\vec{w}$ sous la forme $a\,\vec{u}+b\,\vec{v}$, on dit que $\vec{w}$ s'exprime comme **une combinaison linéaire** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- La seule combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ égale au vecteur nul est celle (dite triviale) dont tous les coefficients sont nuls. On dit que les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **linéairement indépendants** .



Droites et plans parallèles :

Une droite d et un plan P sont parallèles si, et seulement si, un vecteur directeur $\vec{w}$ de d est un vecteur du plan P, ce qui signifie que l'on peut exprimer $\vec{w}$ comme **une combinaison linéaire** de deux vecteurs directeurs de P.

Vecteurs coplanaires :

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, …., de l'espace sont dits **coplanaires** lorsqu'un point O quelconque et les points A , B , C, … , définis par $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{v}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{w}$, … , sont coplanaires.

Deux vecteurs sont toujours coplanaires.

Propriété :

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs de l'espace tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Dire que $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires revient à dire qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w}=a\,\vec{u}+b\,\vec{v}$.

Base des vecteurs de l'espace :

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non coplanaires de l'espace.
Pour tout vecteur $\vec{t}$ de l'espace, il existe un unique triplet $(x\,;\,y\,;\,z)$ de réels tels que : $\vec{t}=x\,\vec{u}+y\,\vec{v}+z\,\vec{w}$
$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont **linéairement indépendants** et forment **une base** des vecteurs de l'espace.

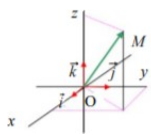
Repère de l'espace:

x, y et z sont respectivement l'abscisse , l'ordonnée et **la cote** du point M.

Soit O un point et $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ une base des vecteurs de l'espace.
A tout point M de l'espace, on peut associer un unique triplet de réels $(x\,;\,y\,;\,z)$ tel que :

$$\overrightarrow{OM}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$$

On dit que $(x\,;\,y\,;\,z)$ sont les **coordonnées** du point M dans le repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$



Propriété :

Dans un repère donné de l'espace, soit $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}$ deux vecteurs , $A(x;y;z)$ et $B(x';y';z')$ deux points.

- Pour tout réel k , le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}ka\\kb\\kc\end{pmatrix}$
- Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}a+a'\\b+b'\\c+c'\end{pmatrix}$
- $\vec{u}=\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases}a=a'\\b=b'\\c=c'\end{cases}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x'-x\\y'-y\\z'-z\end{pmatrix}$
- Le milieu I de a pour coordonnées $\left(\frac{x+x'}{2};\frac{y+y'}{2};\frac{z+z'}{2}\right)$