Les différents cas possibles :

Suites divergentes

Cas 1 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ Tout intervalle de la forme $]A\,;+\infty[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Cas 2 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$ Tout intervalle de la forme $]-\infty\,;A[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Cas 3 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=L$ Tout intervalle ouvert contenant L contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Suites convergentes

Cas 4 : Aucun des trois cas ne se produit.

Opérations sur les limites :

$k\times u_n$
(où k est un réel donné)

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (k\times u_n)$ (avec $k>0$)	kL	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (k\times u_n)$ (avec $k<0$)	kL	$-\infty$	$+\infty$

u_n+v_n

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	L	L	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n+v_n)$	$L+L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	?

Forme indéterminée

$u_n\times v_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	$L>0$	$L>0$	$L<0$	$L<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n\times v_n)$	$L\times L'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0^-$

$\dfrac{u_n}{v_n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	$L>0$ ou $+\infty$	$L>0$ ou $+\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$\pm\infty$	$L'>0$	$L'<0$	$L'>0$	$L'<0$	$\pm\infty$	0 en restant **positive**	0 en restant **négative**	0 en restant **positive**	0 en restant **négative**	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{L}{L'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?

Cas où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n\neq0$ **Cas où** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0^+$

Limites et comparaison :

Théorèmes de comparaison en l'infini (TCI) :

Soit deux suites (u_n) et (v_n)

- Si $u_n<v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$
- Si $u_n<v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=-\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$

- Soit une suite (u_n) croissante telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=L$, alors tous les termes de la suite (u_n) sont inférieurs ou égaux à L.
- Soit une suite (u_n) décroissante telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=L$, alors tous les termes de la suite (u_n) sont supérieurs ou égaux à L.

Théorème des gendarmes :

Soit (u_n), (v_n) et (w_n) trois suites vérifiant à partir d'un certain rang $u_n\leqslant w_n\leqslant v_n$
Si (u_n) et (v_n) sont deux suites convergentes de même limite L, alors la suite (w_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=L$.

Limites d'une suite géométrique :

Soit $q\in\mathbb{R}$.

On en déduit facilement la limite d'un suite géométrique de terme général u_0q^n.

- Si $-1<q<1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=0$
- Si $q=1$, alors pour tout n, $q^n=1$ et donc $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=1$
- Si $q>1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=+\infty$
- Si $q\leqslant-1$, alors la suite (q^n) est divergente

Convergence de suites monotones :

- Toute suite croissante majorée est convergente.
- Toute suite décroissante minorée est convergente.

ATTENTION :
La propriété permet de justifier qu'une suite est convergente, mais elle ne permet pas de donner la limite.

- Toute suite croissante non majorée a pour limite $+\infty$.
- Toute suite décroissante non minorée a pour limite $-\infty$.