- SUCCESSION D'ÉPREUVES INDÉPENDANTES-SCHÉMA DE BERNOULLI -

L'ESSENTIEL DU COURS

Succession d'épreuves indépendantes :

On considère n (où $n \in \mathbb{N}^*$) épreuves aléatoires E_1 , E_2 , …, E_n successives.
Si les résultats de chacune d'elles ne dépendent pas des résultats des épreuves précédentes, on dit que ces épreuves sont **indépendantes** . Dans ce cas :

- **L'univers des issues possibles** est le produit cartésien $\Omega_1 \times \Omega_2 \times \ldots \times \Omega_n$, où pour tout $k \in \{1;2;\ldots;n\}$, Ω_k est l'univers de l'épreuve E_k .

- **Une issue** de la succession d'épreuves est un n -uplet $(i_1;i_2;\ldots;i_n)$, où i_k est une issue de E_k .

Lors de tirages successifs avec remise, les épreuves sont indépendantes.

Propriété :

Lors de la répétition de n épreuves indépendantes, la probabilité d'une issue $(i_1;i_2;\ldots;i_n)$ est le produit des probabilités de chacune des issues du n -uplet.

Schéma de Bernoulli :

On écrit Bernoulli et non Bernouilli

On appelle **épreuve de Bernoulli** une épreuve ayant deux éventualités :
l'éventualité S avec la probabilité p et l'éventualité $\overline{S}$ avec la probabilité $1-p$.

La loi d'une épreuve de Bernoulli de paramètre p est donnée par le tableau ci dessous :

issue	S	$\overline{\mathrm{S}}$
probabilité	p	$1-p$

L'éventualité S correspond au "succès" de l'expérience, $\overline{S}$ étant alors "l'échec"

On appelle **schéma (ou expérience) de Bernoulli**, la répétition n fois, de manière indépendante, d'une épreuve de Bernoulli.

Loi binomiale :

On considère un schéma de Bernoulli consistant en la répétition n fois d'une épreuve de Bernoulli pour laquelle la probabilité du succès S est p.
Si on note X la variable aléatoire égale au nombre de succès obtenus sur les n répétitions, la loi de probabilité de X est donnée par :
pour tout $k \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leqslant k \leqslant n$, $\mathrm{P}(\mathrm{X}=k)=\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

On dit que la loi de probabilité de la variable aléatoire X est une **loi binomiale de paramètres n et p**

Cette loi est souvent notée $B(n\,;\,p)$

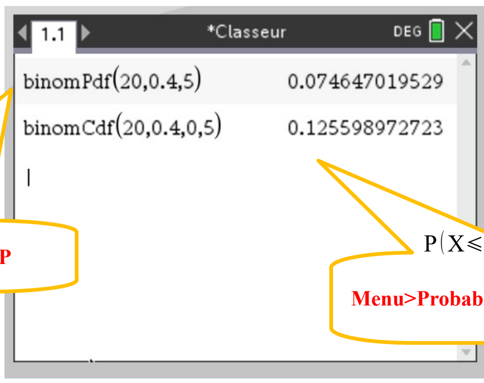
L'ensemble de ses valeurs est $\{0\,;1\,;\ldots;n\}$

Espérance et variance :

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=np$ et $\mathrm{V}(\mathrm{X})=np(1-p)$

Calculatrice :

Les calculatrices de lycée permettent de calculer directement $\mathrm{P}(\mathrm{X}=a)$ et $\mathrm{P}(\mathrm{X} \leqslant a)$.
Aujourd'hui, on ne s'amuse plus à faire à la main ce type de calcul.
Voilà un exemple avec une Ti-nspire pour calculer $\mathrm{P}(\mathrm{X}=5)$ et $\mathrm{P}(\mathrm{X} \leqslant 5)$ où X suit la binomiale $B(20\,;0{,}4)$



$\mathrm{P}(\mathrm{X}=5)$

Menu>Probabilités>Distributions>Binomiale DdP

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \leqslant 5)$

Menu>Probabilités>Distributions>Binomiale FdR