Forme algébrique :

On note souvent : $z=a+bi$ où $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

On appelle **corps des nombres complexes**, et on note $\mathbb{C}$ un ensemble contenant $\mathbb{R}$ tel que :
- Il existe dans $\mathbb{C}$ un élément noté i tel que $i^2=-1$.
- Tout élément de $\mathbb{C}$ s'écrit sous la forme $a+bi$, où $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$.
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui prolongent l'addition et la multiplication de $\mathbb{R}$, et qui suivent les mêmes règles de calcul.

L'écriture $z=a+bi$, où $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$, est appelée **forme algébrique** du nombre complexe z.
a est appelé **partie réelle** de z, et b **partie imaginaire** de z.

On note : $a=\Re e(z)$ et $b=\Im m(z)$.

La partie réelle de z est un nombre réel.
La partie imaginaire de z est un nombre réel.

Nombres complexes particuliers :

- Si $b=0$, on a $z=a$, z est un réel. ($\mathbb{R}$ est contenu dans $\mathbb{C}$)
- Si $a=0$, on a $z=bi$, on dit que z est **un imaginaire pur** (on dit parfois simplement imaginaire).

Attention : On ne peut pas comparer deux nombres complexes : il n'y a pas de relation d'ordre dans $\mathbb{C}$.

Unicité :

L'écriture d'un nombre complexe sous la forme $z=a+bi$, où $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$, est unique.

$a+bi=a'+b'i \Leftrightarrow a=a'$ et $b=b'$

Propriété :

Deux complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire.

Division :

Tout nombre complexe non nul z admet un unique inverse noté $\dfrac{1}{z}$.

Conjugué :

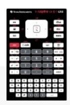
Soit z un nombre complexe de forme algébrique $a+bi$.
On appelle **conjugué** de z le nombre complexe noté $\bar{z}$ tel que $\bar{z}=a-bi$.

Propriétés :

Pour tous nombres complexes z et z', on a :
- $\bar{\bar{z}}=z$
- $z\cdot\bar{z}$ est un réel positif
- $\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z}'$; $\overline{z-z'}=\bar{z}-\bar{z}'$; $\overline{zz'}=\bar{z}.\bar{z}'$; $\overline{z^n}=\bar{z}^n$ ($n\in\mathbb{N}^*$)
- Si $z'\neq 0$ $\overline{\left(\dfrac{1}{z'}\right)}=\dfrac{1}{\bar{z}'}$; $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)}=\dfrac{\bar{z}}{\bar{z}'}$
- $\Re e(z)=\dfrac{z+\bar{z}}{2}$; $\Im m(z)=\dfrac{z-\bar{z}}{2i}$
- $\Im m(z)=0 \Leftrightarrow z\in\mathbb{R}\Leftrightarrow z=\bar{z}$
- $\Re e(z)=0 \Leftrightarrow z\in i\mathbb{R}\Leftrightarrow z=-\bar{z}$ (z est un imaginaire pur)

Méthode de l'expression conjuguée :

$$\frac{1+i}{2-i}=\frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{2+i+2i-1}{4-i^2}=\frac{1+3i}{4+1}=\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$$



$\dfrac{1+i}{2-i}$	$\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}\cdot i$
$\mathrm{conj}\left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)$	$\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}\cdot i$
$\mathrm{real}\left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)$	$\dfrac{1}{5}$
$\mathrm{imag}\left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)$	$\dfrac{3}{5}$

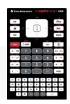
Avec une Ti-spire

Binôme de Newton

Soit a et b deux nombres complexes. Pour tout entier naturel n, on a :

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^k b^{n-k}$$

Exemple :



$(1+i)^3$	$-2+2\cdot i$

$$(1+i)^3=\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}1^k i^{3-k}=\binom{3}{0}1^0 i^{3-0}+\binom{3}{1}1^1 i^{3-1}+\binom{3}{2}1^2 i^{3-2}+\binom{3}{3}1^3 i^{3-3}=i^3+3i^2+3i+1=-i-3+3i+1=-2+2i$$