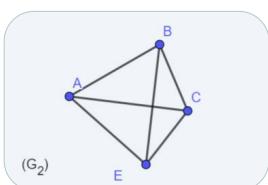
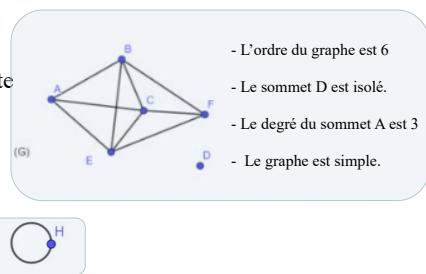


### Graphes non-orientés :



- Un **graphe non-orienté** G est un ensemble de sommets reliés par des arêtes.
- Les points A ; B ; C ; D ; E et F sont les **sommets** du graphe.
- L'**ordre** d'un graphe est le nombre total de sommets.
- Les segments reliant deux sommets sont des **arêtes**.
- Deux sommets sont **adjacents** lorsqu'ils sont reliés par une arête.
- Une arête reliant deux sommets est dite **incidente** à ces deux sommets.



- Une arête est une **boucle** si elle relie un sommet à lui-même.
- Le **degré d'un sommet** est le nombre d'arêtes dont ce sommet est une extrémité. (Une boucle compte double)
- Un sommet est **isolé** lorsqu'il n'est relié à aucun autre sommet.
- Un graphe est **simple** si au plus une arête relie deux sommets et s'il n'y a pas de boucle sur un sommet.
- Un **sous graphe** (G') de (G) est un graphe composé de certains sommets et de toutes les arêtes qui relient ces sommets.
- Un graphe (G) ou un sous graphe (G<sub>1</sub>) de (G) est **stable** lorsqu'il ne contient aucune arête.
- Un graphe (G) ou un sous graphe (G<sub>2</sub>) de (G) est **complet** lorsque ses sommets sont deux à deux adjacents.

### Propriété :

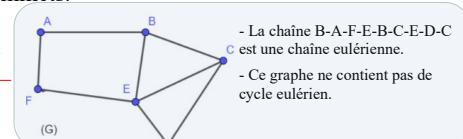
- La somme S des degrés** des sommets d'un graphe est égale à deux fois le nombre d'arêtes *a* du graphe
- Dans un graphe simple non-orienté le **nombre de sommets de degré impair** est pair.

### Parcourir un graphe non-orienté :

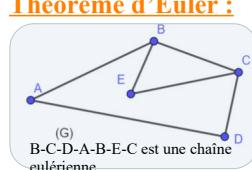
- Une **chaîne** d'un graphe est une liste ordonnée de sommets telle que chaque sommet soit adjacent au suivant.
- La **longueur** d'une chaîne est égale au nombre d'arêtes qui la composent.
- Une **chaîne est fermée** lorsque son origine et son extrémité sont confondues.
- Un **cycle** est une chaîne fermée dont les arêtes sont distinctes.
- Un graphe est **connexe** si deux sommets distincts quelconques peuvent être reliés par une chaîne.
- La **distance** entre deux sommets d'un graphe est la plus petite longueur des chaînes qui les relient.
- Le **diamètre d'un graphe** est la plus grande distance entre deux sommets.

(en choisissant le plus court chemin)

- Une chaîne est **eulérienne** lorsqu'elle contient une et une seule fois chaque arête du graphe.
- Un **cycle eulérien** est une chaîne eulérienne fermée.



### Chaîne eulérienne :

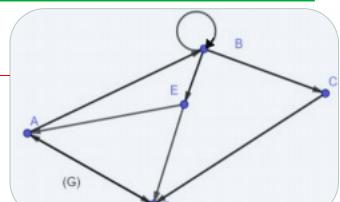


Dans le cas d'un graphe non-orienté, un graphe connexe admet une chaîne eulérienne si et seulement si **le nombre de sommets de degré impair vaut 0 ou 2**.

- Pour qu'un graphe connexe (G) admette **un cycle eulérien**, il faut et il suffit que tous les sommets de (G) soient de **degré pair**.
- Si le graphe connexe a deux sommets de degré impair, alors ce sont **les extrémités de la chaîne eulérienne**.
- Un graphe ayant plus de deux sommets de degré impair ne possède pas de chaîne eulérienne.

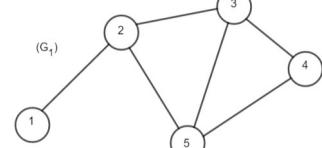
### Graphes orientés :

- Un **graphe orienté** est un graphe dont les arêtes (ou **arcs**) sont orientées.
- Le sommet A et le sommet B d'une arête orientée reliant A à B s'appellent respectivement **l'origine** et **l'extrémité** de l'arête orientée A – B.
- On parle de **degré entrant** pour indiquer le nombre d'arcs se dirigeant vers le sommet et de **degré sortant** pour indiquer le nombre d'arcs partant du sommet.
- Une **chaîne orientée** d'un graphe orienté est une liste ordonnée de sommets telle que chaque sommet soit relié au suivant par l'arête orientée dont il est l'origine.



### Matrice d'adjacence :

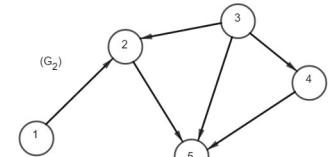
On numérote les sommets d'un graphe orienté (G) d'ordre *n*. La matrice carrée associée au graphe (G) (orienté ou non) est la matrice à *n* lignes et à *n* colonnes où le terme  $a_{ij}$  situé à l'intersection de la ligne *i* et de la colonne *j* est égal au nombre d'arêtes reliant le sommet *i* à *j*. Cette matrice est appelée **matrice d'adjacence** du graphe.



La matrice d'adjacence de (G<sub>1</sub>) est

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice d'adjacence de (G<sub>2</sub>) est



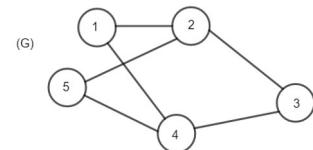
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Exemple :

La matrice d'adjacence d'un graphe non-orienté est symétrique

Soit *M* la matrice d'ordre *n* associée à un graphe (G) et un entier naturel non nul *k*. Le terme de la matrice  $M^k$  situé à l'intersection de la ligne *i* et de la colonne *j* est égal au nombre de chaînes de longueur *k* reliant le sommet *i* au sommet *j*.

### Exemple :



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Il existe 6 chaînes de longueur 3 reliant le sommet 2 au sommet 3.