Les différents cas possibles :

Suites divergentes

Cas 1 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ Tout intervalle de la forme $]A\,;+\infty[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Cas 2 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$ Tout intervalle de la forme $]-\infty\,;A[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Cas 3 : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=L$ Tout intervalle ouvert contenant L contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.

Cas 4 : Aucun des trois cas ne se produit.

Suites convergentes

Opérations sur les limites :

$k\times u_n$ (où k est un réel donné)

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty}(k\times u_n)$ (avec $k>0$)	kL	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty}(k\times u_n)$ (avec $k<0$)	kL	$-\infty$	$+\infty$

u_n+v_n

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	L	L	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n)$	$L+L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	?

Forme indéterminée

$u_n\times v_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	$L>0$	$L>0$	$L<0$	$L<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n\times v_n)$	$L\times L'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?

$\dfrac{u_n}{v_n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	$L>0$ ou $+\infty$	$L>0$ ou $+\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	L'	$\pm\infty$	$L'>0$	$L'<0$	$L'>0$	$L'<0$	$\pm\infty$	0 en restant **positive**	0 en restant **négative**	0 en restant **positive**	0 en restant **négative**	0
$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{L}{L'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?

Cas où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n\neq0$ **Cas où** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0^-$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0^+$

Limites et comparaison :

Théorèmes de comparaison en l'infini (TCI) :

Soit deux suites (u_n) et (v_n)

- Si $u_n<v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$
- Si $u_n<v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=-\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$

Passage à la limite :

Soit deux suites (u_n) et (v_n) qui convergent respectivement vers L et L'.
On suppose qu'à partir d'un certain rang, $u_n\leqslant v_n$.
On a alors $L\leqslant L'$.

Si on remplace $u_n\leqslant v_n$ par $u_n<v_n$, la conclusion reste $L\leqslant L'$

Théorème des gendarmes :

Soit (u_n) , (v_n) et (w_n) trois suites vérifiant à partir d'un certain rang $u_n\leqslant w_n\leqslant v_n$
Si (u_n) et (v_n) sont deux suites convergentes de même limite L , alors la suite est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=L$.

Un peu plus sur les suites géométriques :

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , telle que $0<q<1$. On a : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=\dfrac{u_0}{1-q}$

Étape 1 : On trace la droite d'équation $y=\frac{1}{2}x+10$
Étape 2 : On trace la droite d'équation $y=x$
Étape 3 : On place u_0 sur l'axe des abscisses
Étape 4 : On place $u_1=f(u_0)$ sur l'axe des ordonnées
Étape 5 : On reporte u_1 sur l'axe des abscisses grâce à la droite d'équation $y=x$
et ainsi de suite … pour obtenir u_2 , u_3 , u_4 ….

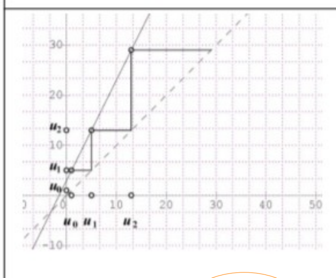
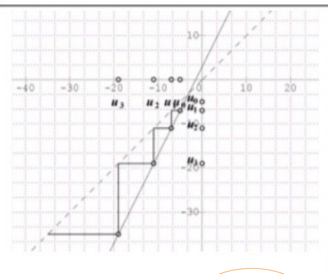
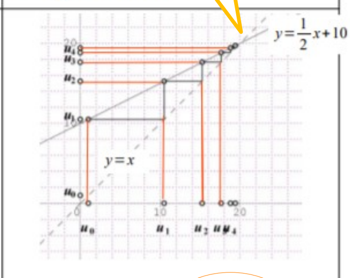
Suites arithmético-géométriques :

Une suite **arithmético-géométrique** (u_n) est une suite définie, pour tout entier naturel n , par une formule de récurrence de la forme $u_{n+1}=a\,u_n+b$, où a et b sont deux réels.

Si $a=0$, la suite est constante et égale à b .

Si $a=1$, la suite est arithmétique de raison b .

Si $a\neq0$ et $b=0$, la suite est géométrique de raison a .

$u_{n+1}=2u_n+3$ et $u_0=1$	$u_{n+1}=2u_n+3$ et $u_0=-5$	$u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+10$ et $u_0=1$
		
La suite est croissante et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$	La suite est décroissante et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$	La suite est croissante et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=20$ 20 est l'abscisse du point d'intersections des deux droites.