

Équations du premier degré**Ex 1 :**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $11x - (x+1) = x-1$

2) $\frac{2}{7}x = 0$

3) $\frac{2x-4}{8} = 5$

4) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{3} = \frac{7}{10}x + \frac{5}{6}$

5) $\sqrt{2}x - 1 = \sqrt{8}x + 2$

Ex 2 : Produit en croix

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous (sans oublier les valeurs interdites)

1) $\frac{3x-5}{x^2+3} = 0$

2) $\frac{x}{x+2} = \frac{3}{2}$

3) $\frac{3}{x-4} = \frac{5}{2x+2}$

Équations du second degré**Ex 3 : Vrai ou faux**

1) Un produit $A \cdot B$ est nul si et seulement si A est nul et B est nul.

2) L'équation $(x+2)(x+2)=0$ possède deux solutions distinctes.

3) L'équation $(x-6)(x+10)=0$ possède pour solutions -10 et 6.

4) Une équation produit $(ax+b)(cx+d)=0$ (avec a et c deux réels non nuls) admet toujours une ou deux solutions.

Ex 4 : Équations produits

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $(5x+1)(x-12)=0$

2) $(2-7x)(11x-2)=0$

3) $(7-6x)(\sqrt{2}x-\sqrt{8})=0$

Pour les équations 4), 5) et 6) commencer par transformer les équations en équations produits.

4) $x(x+6)=3(x+6)$

5) $x^2(1-3x)+4(6x-2)=0$

6) $7-x^2=2x-2\sqrt{7}$

Ex 5 : Équations du type $X^2=a$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^2=20$

2) $x^2=-7$

3) $x^2=0$

4) $t^2=3-\pi$

5) $(x-2)^2=8$

6) $3x^2=7$

Mises en équation**Ex 6 : Entiers consécutifs**

Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2019.

Ex 7 : Aire d'un carré

Si on augmente de 2 m la longueur du côté d'un carré, l'aire augmente de 20 m^2 . Quelle est l'aire en m^2 de ce carré ?

Ex 8 : Age du père

Un père de 41 ans a trois enfants âgés de 6 ans, 9 ans et 12 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

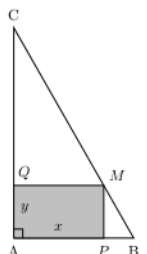
Ex 9 : Un rectangle dans un triangle

ABC est un triangle rectangle en A tel que
 $AB = 4 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.

M un point variable sur le côté [BC].

P est le point d'intersection de (AB) et de la parallèle à (AC) passant par M, Q est le point d'intersection de (AC) et de la parallèle à (AB) passant par M.

On note x la distance AP et y la distance AQ



1) Quelle est la nature du quadrilatère APMQ ?

2) Dans quel intervalle I varie x ?

3) Démontrer que pour tout x de l'intervalle I on a : $y = 7 - \frac{7}{4}x$

4) Pour quelle valeur de x APMQ est-il un carré ?

5) a) Exprimer le périmètre de APMQ en fonction de x .

b) Trouver x pour que ce périmètre soit égal à 10 cm .

6) a) Exprimer l'aire du rectangle APMQ en fonction de x

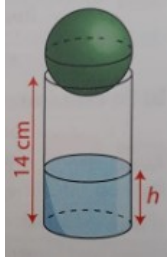
b) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle égale à $x \text{ cm}^2$?

Ex 10 : Cylindre et boule

Un cylindre a pour rayon 4 cm et pour hauteur 14 cm.

Une boule a pour rayon 4 cm.

Quelle hauteur d'eau maximum h (en cm), le cylindre doit-il contenir pour que, en plongeant la boule dans ce récipient l'eau ne déborde pas ?



Inégalités

Ex 11 : Comparer des nombres.

Soit a et b deux réels tels que $a \leq b$. Dans chacun des cas, comparer les nombres :

1) $3a-5$ et $3b-5$

2) $-4a+7$ et $-4b+7$

3) $\frac{-\sqrt{2}a-\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{-\sqrt{2}b-\sqrt{3}}{2}$

4) $3a-8$ et $3b-7$

On suppose maintenant : $0 \leq a \leq b$

5) $5a-6$ et $7b-6$

6) $2a+8$ et $3b+9$

Ex 12 : Manipuler les inégalités

1) Si $x \leq 1$ et $y \leq 2$, que peut-on dire de $3x+4y$?

2) Si $x \leq 5$ et $y \geq 4$, que peut-on dire de $2x-3y$?

3) Si $x < 6$ et $y > -10$, que peut-on dire de $\frac{x}{3} - \frac{y}{5}$?

4) Si $0 \leq x \leq 1$ et $-1 \leq y \leq 0$, que peut-on dire de $4x+2y$?

5) Si $-2 \leq x \leq 6$ et $1 \leq y \leq 4$, que peut-on dire de $3x+4y$?

6) Si $-2 \leq x \leq 6$ et $1 \leq y \leq 4$, que peut-on dire de $x-y$?

7) Si $x \geq 4$ et $y \geq 3$, que peut-on dire de xy ?

8) Si $x \geq 4$ et $0 < y \leq 2$, que peut-on dire de $\frac{x}{y}$?

Ex 13 : Contre-exemple

Justifier avec un contre-exemple que les affirmations ci-dessous sont fausses :

1) Si $x \leq -3$ et $y \leq -4$, alors $xy \leq 12$

2) Si $x \geq -3$ et $y \geq 5$, alors $xy \geq -15$

3) Si $100 \leq x \leq 400$ et $2 \leq y \leq 4$, alors $50 \leq \frac{x}{y} \leq 100$

Ex 14 : x , x^2 et x^3

1) Soit un réel x , tel que $x \geq 1$. Justifier que $x \leq x^2 \leq x^3$

2) Soit un réel x , tel que $0 \leq x \leq 1$. Justifier que $x^3 \leq x^2 \leq x$

Ex 15 : $\sqrt{a}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}}$

Soit a un réel strictement positif.

Comparer $\sqrt{a}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}}$ en étudiant leur quotient dans chaque cas :

1) $a \leq 1$

2) $a > 1$

Ex 16 : Quotient $\frac{A}{B}$

Soit n un entier naturel non nul . On pose $A = \frac{0,7^n}{n}$ et $B = \frac{0,7^{n+1}}{n+1}$.

Comparer A et B en étudiant le quotient $\frac{A}{B}$.

$$4) \frac{2x-4}{7} \geq 0$$

$$5) \frac{7}{15}x + 4 > \frac{x}{3} - 1$$

$$6) x(x-6) < x(x+5)$$

Inéquations du premier degré**Ex 17 :**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$1) 3x+5 \geq x-3$$

$$7) \frac{2x-5}{4} \leq \frac{2x-3}{5}$$

$$2) -3x < 0$$

$$8) x(2+2x) \geq 2x(x-10)$$

$$3) 3x - (5x-3) < x$$

Ex 18 : Algorithme -Python

Compléter ce programme écrit en Python, afin qu'il affiche l'ensemble des solutions d'une inéquation du type $ax+b>0$ (avec $a\neq 0$)

```

1 a=float(input("a="))
2 b=float(input("b="))
3 c=-b/a
4 if ... :
5     print("Les solutions sont les réels x> ", ... )
6 else :
7     print("Les solutions sont les réels x< ", ... )

```

Inéquations produits**Ex 19 : Vrai ou faux**

1) Un produit $A \times B$ est positif si et seulement si A est positif et B est positif.

2) Le produit $(x-2)(x+6)$ est positif lorsque $x \leq -100$.

3) Le produit $(x+3)(x+3)$ est positif quelque soit le réel x .

4) L'inéquation $x^2 \leq 0$ possède un seul nombre pour solution.

5) L'inéquation $x^2 < 0$ ne possède aucune solution.

Tous les réels de l'intervalle $[0;1]$ sont solutions de l'inéquation :

6) a) $x^2 \geq 0$ b) $x^2 < 1$ c) $x^2 \leq 4$ d) $x^2 > 0$

Ex 20 : Première ligne du tableau de signes

Parmi les nombres suivants, lesquels interviennent dans la première ligne du tableau de signes du produit $(3x+1)(5x-7)$

-3 ; $\frac{1}{3}$; 3 ; $-\frac{1}{3}$; 5 ; 7 ; $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{5}$; $-\frac{5}{7}$; $-\frac{7}{5}$

Ex 21 : Résolution d'inéquations produits

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $(x-2)(4-x) < 0$

$$2) \left(\frac{3}{4}-x\right)\left(x-\frac{7}{6}\right) \geq 0$$

$$3) (x+\sqrt{3})(x-3) \geq 0$$

4) $x^2 \leq 8$

7) $x^2 - 5 < (x + \sqrt{5})(x - 2)$

5) $x^2 \leq 0$

Pour les inéquations 6), 7) et 8) commencer par transformer les inéquations en inéquations produit

6) $x^2 - 4 + (x + 2)(2x + 5) < 0$

8) $(2x - 1)(x + 3) \geq \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 6)$

Ex 22 : Algorithme -Python : balayage

On considère l'équation (E): $8x^3 + 14x^2 - 2x - 3,5 = 0$

On cherche à trouver les solutions appartenant à l'intervalle $[-1,5; 1,5]$.

1) Compléter le programme ci-dessous écrit en python afin qu'il teste tous les nombres de -1,5 à 1,5 avec un pas de p.

1	p=float(input("p="))
2	x=-1.5
3	while ... :
4	if (8*x**3+14*x**2-2*x-3.5==0) :
5	print(x)
6	x= ...

2) Tester ce programme avec p=0,25, p=0,1 et p=0,01

3) A-t-on résolu l'équation (E) avec ce programme ?

4) Déterminer le réel c tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$8(x^2 - 0,25)(x + c) = 8x^3 + 14x^2 - 2x - 3,5$$

5) En déduire les solutions de l'équation (E).

Inéquations quotients**Ex 23 : Résolution d'inéquations quotients**

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $\frac{2x-5}{x-6} \geq 0$

b) $\frac{5x-2}{-3x+1} < 0$

c) $\frac{3x}{4x+9} \geq 0$

d) $\frac{2x-10}{11x+2} > 0$

