

Vocabulaire des fonctions**Ex 1 : Restituer les notions du cours**

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

Traduire chaque égalité par une phrase utilisant le mot indiqué entre parenthèse.

1) $f(3)=4$ (image)

2) $f(-5)=4$ (antécédent)

3) $f(2)=0$ et $f(7)=0$ (antécédent)

Ex 2 : Restituer les notions du cours

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ qui à tout réel x , associe la somme de son carré et de son triple.

1) Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

2) Calculer l'image de -1 .

3) Déterminer les antécédents de 0.

Ex 3 : Algorithme – Python

Compléter en dessous de chaque programme par une formule en fonction de x .

1	<code>x=float(input("x= "))</code>	1	<code>x=float(input("x= "))</code>
2	<code>x=-5*x</code>	2	<code>x=x-3</code>
3	<code>x=x+2/7</code>	3	<code>x=x**3</code>
4	<code>print(x)</code>	4	<code>print(x)</code>
	$f(x)= \dots$		$f(x)= \dots$

Ex 4 : Ensemble de définition

La fonction f est définie par $f(x)=\frac{5}{2-x}$

1) Compléter le tableau de valeurs. Si c'est nécessaire, arrondir les résultats au dixième près.

x	2	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2) Quelle image ne peut-on pas calculer ? Pourquoi ?

3) Parmi les ensembles suivants, lesquels conviennent comme ensemble de définition de la fonction f ?

$[0;5]$, $[2;10]$, $]2;10[$, $\mathbb{R}$, $] -\infty;2[\cup]2;+\infty[$

Ex 5 : Ensemble de définition

Dans chaque cas, déterminer le plus grand ensemble de définition de f :

a) $f(x)=\frac{x-2}{3}$

b) $f(x)=\frac{3}{x-2}$

c) $f(x)=-\frac{1}{3}(x-5)^2$

d) $f(x)=\sqrt{x-3}$

e) $f(x)=\frac{5}{\sqrt{x-3}}$

f) $f(x)=\frac{x-5}{2x-3}$

g) $f(x)=\frac{x}{5}-\sqrt{x+2}$

Courbes représentatives

Ex 6 : Écriture mathématique

Traduire en écriture mathématique :

- 1) La courbe représentative de f passe par le point A(5 ; -7)
- 2) L'abscisse du point d'ordonnée 1 de la courbe représentative de f est 4
- 3) La courbe représentative de f passe par l'origine du repère.

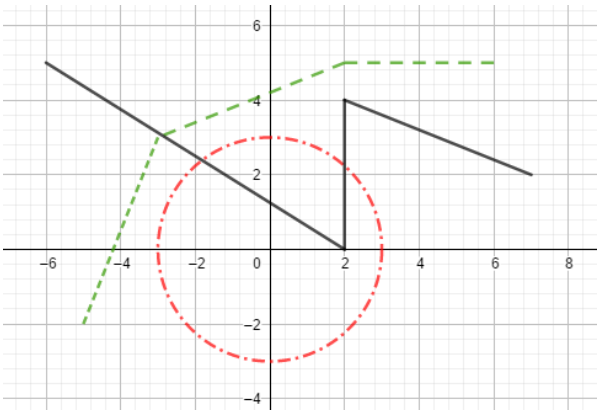
Ex 7 : Vrai ou faux

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on note C la courbe représentative d'une fonction f et $M(a;b)$ un point de C .

		Vrai ou faux
1	$f(a)=b$	
2	Si $a=0$, alors $M \in (Ox)$.	
3	Si $f(2)=3$, alors $M(3;2)$ appartient à C .	
4	Si $b=0$, alors $M \in (Ox)$.	
5	Si C coupe la droite d'équation $y=2$ au point A, alors l'ordonnée de A est 2.	
6	Si $f(3)=0$, alors la courbe C et l'axe des abscisses ont au moins un point en commun.	
7	Si $f(3)=0$, alors la courbe C et l'axe des abscisses ont au plus un point en commun.	
8	S'il existe un réel a tel que $f(a)=a$, alors la courbe C et la droite d'équation $y=x$ ont au moins un point en commun.	

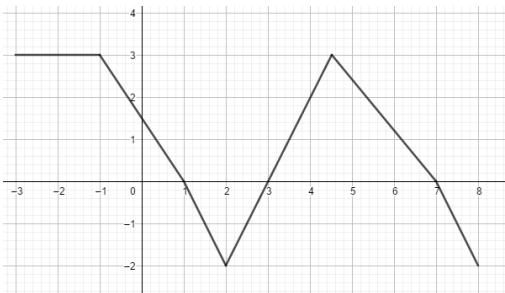
Ex 8 : Représentation graphique d'une fonction ?

Pour chacune des courbes ci-dessus, indiquer s'il s'agit de la représentation graphique d'une fonction et si oui en donner son ensemble de définition.



Ex 9 : Lecture graphique

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe C ci-contre est la représentation graphique d'une fonction.



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Déterminer les abscisses des points de C ayant une ordonnée égale à 3.
- 3) Déterminer les abscisses des points de C ayant une ordonnée égale à -3.
- 4) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x .

Ex 10 : Courbe à partir d'un tableau de signes

Dans un repère orthonormé, construire une courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4;5]$, vérifiant le tableau de signes suivant.

x	-4	-2	0	3	4	5	
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Fonctions affines**Ex 11 : Affines ou non ?**

Des fonctions sont définies par les égalités ci-dessous :

$$f_1(x)=7x-5 ; f_2(x)=2x^2-5 ; f_3(x)=-7x ; f_4(x)=\frac{2}{x-5}$$

$$f_5(x)=8-2x ; f_6(x)=0,001x ; f_7(x)=-\pi+\pi x$$

Compléter le tableau :

- pour les deux premières questions, indiquer O (oui) ou N (non);
- pour les trois questions suivantes, cocher la case concernée

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
La fonction est affine.							
La fonction est linéaire.							
Sa représentation graphique est une droite.							
Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.							
Sa représentation graphique n'est pas une droite.							

Ex 12 : Coefficient directeur positif

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x-1$.

1) Calculer l'image de -2 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.

Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

Ex 13 : Coefficient directeur sous forme de fraction

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2}{3}x+2$.

1) Calculer l'image de -3 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.

Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

Ex 14 : Coefficient directeur négatif et ordonnées à l'origine sous forme de fraction

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+\frac{2}{5}$.

1) Calculer l'image de 1 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.

Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

La fonction carré

Ex 15 : Vrai ou faux

- 1) La fonction carré n'est définie que sur $]-\infty; 0]$.
- 2) L'image par la fonction carré de 1 est -1.
- 3) La fonction carré est positive sur $\mathbb{R}^+$.
- 4) La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Ex 16 : Quelques calculs

- 1) Calculer l'image par la fonction carré de chacun des nombres suivants :

- a) $1+\sqrt{2}$ b) 1,1
- c) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ d) $1-\sqrt{5}$
- e) $(-\sqrt{5})^2$

- 2) Parmi les nombres suivants, lesquels sont des antécédents de 5 par la fonction carré ?

- a) $\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{5}$ c) $\sqrt{25}$ d) $\sqrt{5}^2$ e) $\sqrt{(-5)^2}$ f) $(-\sqrt{5})^2$

- 3) Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction carré :

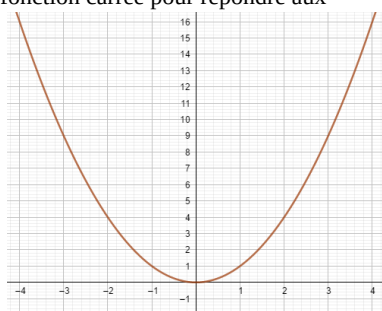
- A(-1;1) B(0;0) C(1;1) D($\sqrt{3}$;3) E(- $\sqrt{3}$;3) F(3; $\sqrt{3}$)

Ex 17 : Utiliser la courbe de la fonction carré

Utiliser la parabole représentant la fonction carrée pour répondre aux questions ci-dessous :

- 1) Comparer :

- a) $(-2)^2$ 3^2
- b) $2,5^2$ $3,2^2$
- c) $(-1,5)^2$ $(-3)^2$



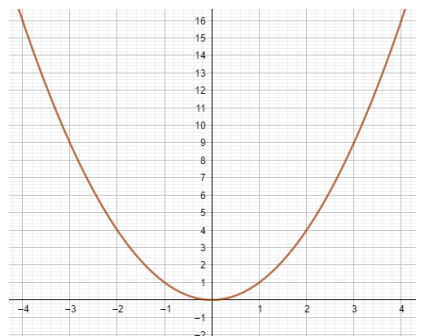
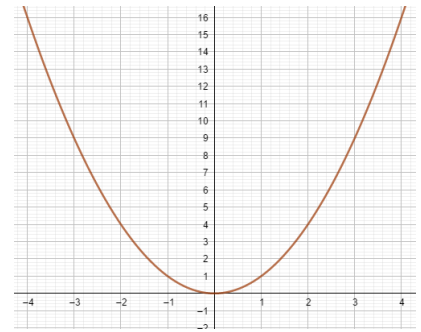
- 2) Quel renseignement sur x^2 peut-on déduire de l'information suivante ?

a) $x \leq -2$

b) $x > 3$

c) $-4 < x < 2$

d) $0,1 < x < 0,2$



- 3) Soit x , y et z trois réels vérifiant $x < y < z < 0$.

Classer x^2 , y^2 et z^2 .

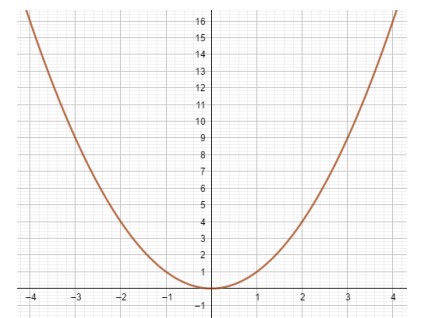
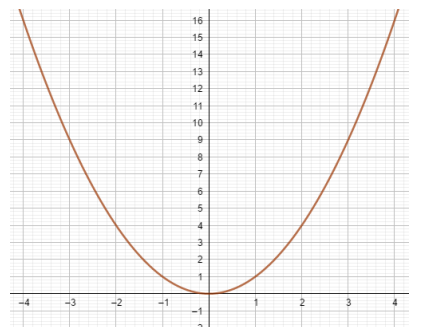
- 4) Déterminer les réels x vérifiant :

a) $x^2 < 3$

b) $x^2 \leq -1$

c) $x^2 > 16$

d) $2 < x^2 \leq 16$



La fonction inverse

Ex 18 : Images, antécédents

Répondre aux questions ci-dessous en donnant les valeurs exactes.

1) Par la fonction inverse, quelle est l'image de :

a) 3 b) $\frac{3}{4}$ c) -10 d) -0,5

e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

2) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'image . Le quel ?

3) Par la fonction inverse, quel est l'antécédent de :

a) 3 b) $\frac{3}{4}$ c) -10 d) -0,5

e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

4) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'antécédent. Lequel ?

Ex 19 : Points sur courbe

Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction inverse :

A(-1;-1) B(1;0) C(0;1) D(2;0,2) E $\left(-6;-\frac{1}{6}\right)$ F(0,1;10)

Ex 20 : Utiliser la courbe de la fonction inverse

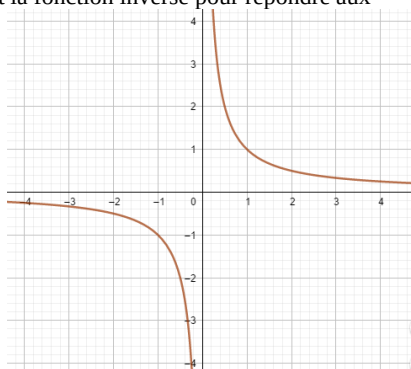
Utiliser l'hyperbole représentant la fonction inverse pour répondre aux questions ci-dessous :

1) Comparer :

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{-4}$ $\frac{1}{-3}$

c) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{-3}$



2) Indiquer le nombre de solutions de chacune des équations ci-dessous :

a) $\frac{1}{x}=5$ b) $\frac{1}{x}=-\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{x}=2,7$ d) $\frac{1}{x}=0$

Résoudre par le calcul chacune des équations précédentes.

3) Déterminer les réels x vérifiant :

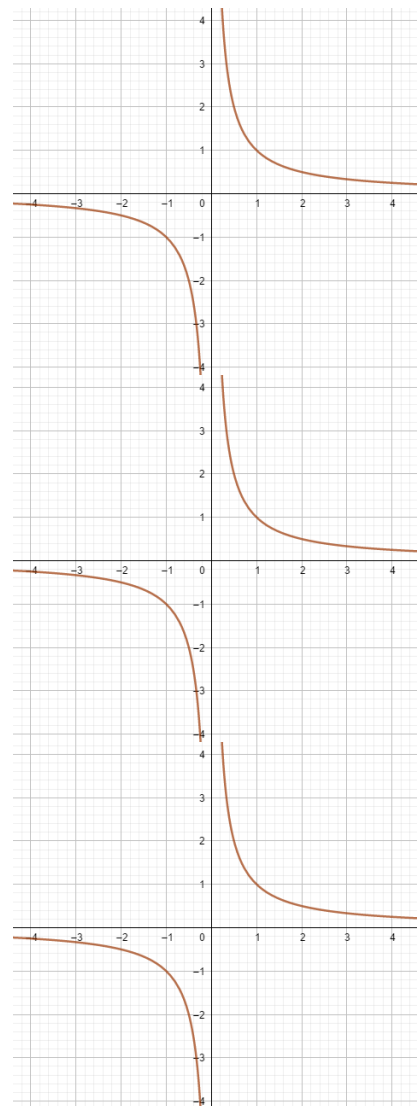
a) $1 < \frac{1}{x} < 4$

b) $5 \leq \frac{1}{x} \leq 3$

c) $\frac{1}{x} \leq 3$

d) $\frac{1}{x} > 1$

e) $\frac{1}{x} \leq -4$



La fonction valeur absolue

Ex 21 : Quelques calculs

1) Calculer l'image par la fonction valeur absolue de chacun des nombres suivants :

a) $\pi - 3$

b) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

c) $1 - \sqrt{5}$

2) Donner les antécédents de 7 par la fonction valeur absolue.

3) Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction valeur absolue :

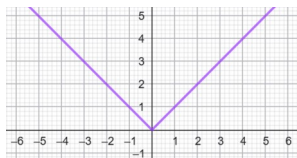
A(-1;1) B(0;0) C(1;1) D(2;-2) E(- $\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$) F(3; $\sqrt{9}$)

Ex 22 : Utiliser la courbe de la fonction valeur absolue

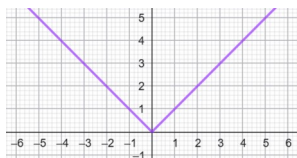
Utiliser la courbe représentant la fonction valeur absolue pour répondre aux questions ci-dessous :

1) Quel renseignement sur $|x|$ peut-on déduire de l'information suivante ?

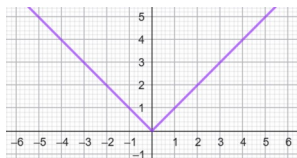
a) $x \leq -2$



b) $x > 3$

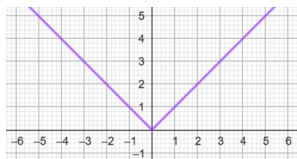


c) $-4 < x < 2$

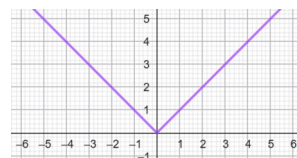


2) Déterminer les réels x vérifiant :

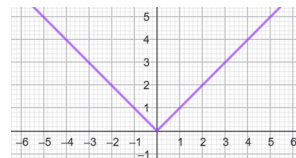
a) $|x| < 3$



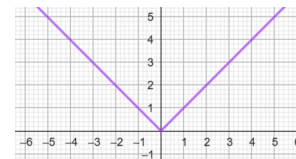
b) $|x| \leq -1$



c) $|x| > 2$



d) $2 < |x| \leq 5$



Quelques calculs avec les fonctions cube et racine carrée

Ex 23 : Quelques calculs

1) Calculer l'image par la fonction cube de chacun des nombres suivants :

a) -1

b) -10

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $-\frac{3}{2}$

2) Déterminer les antécédents des nombres ci-dessous par la fonction cube :

a) -1

b) 8

c) 125

d) 27

e) 1000

f) 10^9

g) 10^{-9}

3) Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction cube :

A(-1;1) B(0;0) C(-2;8) D($\sqrt{3}$; $3\sqrt{3}$) E(-1;-1) F(10^2 ; 10^6)

Ex 24 : Vrai ou faux – restituer les notions du cours

- 1) La fonction racine carrée est définie sur $\mathbb{R}$.
- 2) La fonction racine carrée est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.
- 3) L'image du réel -3 par la fonction racine carrée est 3.
- 4) L'image du réel -3^2 par la fonction racine carrée est 3.
- 5) La courbe représentative C_f de la fonction racine carrée est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- 6) A(4;2) appartient à C_f .
- 7) B(-1;1) appartient à C_f .
- 8) C(2;1,4) appartient à C_f .
- 9) Tout réel k admet un unique antécédent par la fonction racine carrée.

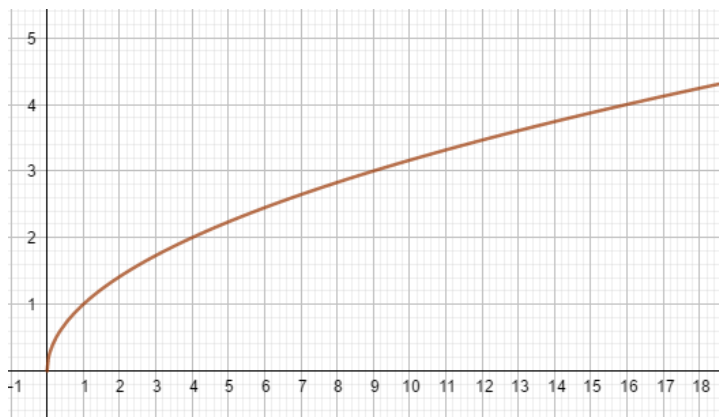
Ex 25 : Images

Calculer l'image de chaque nombre par la fonction racine carrée :

- a) $\frac{16}{9}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{36}{81}$
- d) $\frac{121}{81}$
- e) $\frac{10^8}{4}$

Ex 26 : Utiliser la courbe de la fonction racine carrée

Utiliser la courbe représentant la fonction racine carrée pour répondre aux questions ci-dessous :



1) Comparer :

- a) $\sqrt{12}$ $\sqrt{10}$
- b) $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$

2) Quel renseignement sur $\sqrt{x}$ peut-on déduire de l'information suivante ?

- a) $x < 1$
- b) $x > 9$
- c) $1 \leq x \leq 9$
- d) $x \leq 16$

3) Déterminer les réels x tels que :

- a) $2 < \sqrt{x} < 3$

- b) $\sqrt{x} \leq 16$

- c) $\sqrt{x} > 1$

Ex 27 : Algorithme – principe de dichotomie

1) Déterminer deux nombres entiers consécutifs a et b tels que $a < \sqrt{3} < b$

2) Déterminer si on a $\sqrt{3} \in \left[a; \frac{a+b}{2} \right]$ ou $\sqrt{3} \in \left[\frac{a+b}{2}; b \right]$.

3) On considère la fonction « dico » ci-dessous où p désigne la précision.

```

1 def dico(a,b,p) :
2     while (b-a>p):
3         m=(a+b)/2
4         if (m**2<3):
5             a=m
6         else:
7             b=m
8     return(a,b)
```



Quelle valeur cette fonction permet-elle d'estimer ?

4) a) Déterminer ce qu'elle renvoie lorsque :

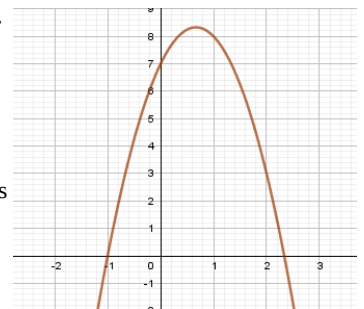
$p=0,1$

$p=0,001$

5) Modifier seulement quelques lignes de la fonction, afin d'obtenir une valeur approchée de la racine carrée d'un entier naturel non nul n donné.

Ex 29 : Antécédents

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)(7-3x)$.
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.



1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0.
Arrondir à l'unité ou au dixième.

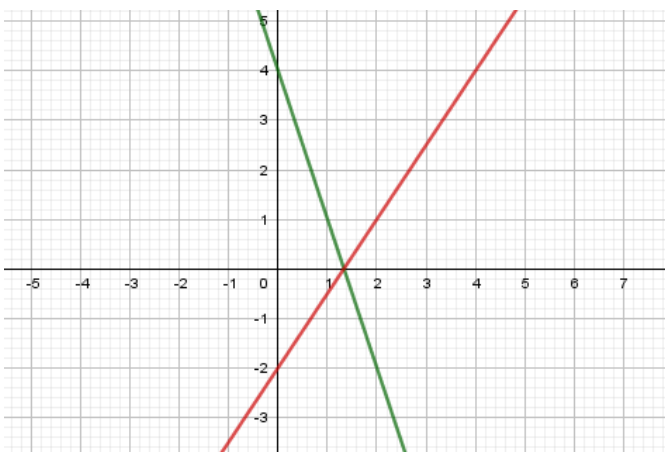
2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

Résolutions graphiques d'inéquations

Ex 28 : Avec des fonctions affines

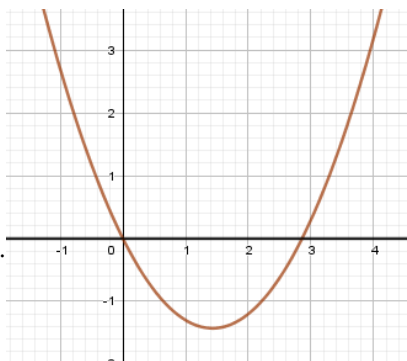
Les fonctions f et g sont définies par $f(x)=-3x+4$ et $g(x)=1,5x-2$ et sont représentées graphiquement ci-dessous.

Résoudre les équations $f(x)=2$ et $g(x)=3$ d'abord graphiquement, en traçant des traits, puis en résolvant chaque équation par le calcul.



Ex 30 : Antécédents

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,7x^2 - 2x$.
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.



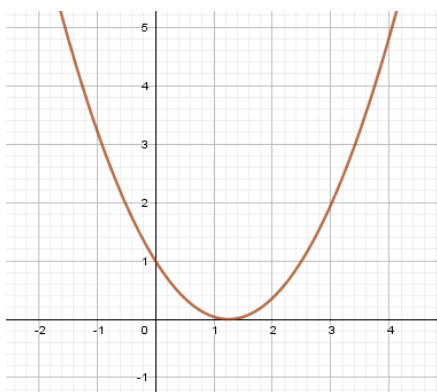
1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0. Arrondir à l'unité ou au dixième.

2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation (factoriser d'abord $f(x)$).

Ex 31 : Antécédents

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (0,8x - 1)^2$.

Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.



1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 4. Arrondir à l'unité ou au dixième.

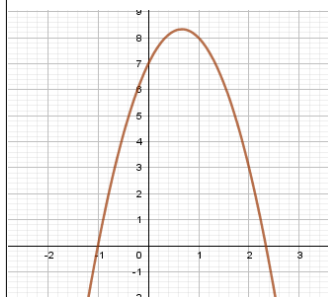
2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

Ex 32 : Résolutions graphiques d'inéquations

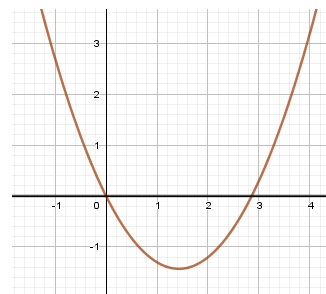
Les représentations graphiques ci-dessous sont celles des exercices 29, 30, 31.

Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée. Il faudra utiliser les résultats de ces exercices et colorier l'ensemble des solutions.

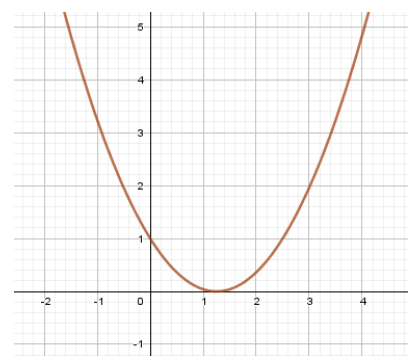
$$f(x) \geq 0$$



$$f(x) \geq 0$$



$$f(x) \leq 4$$

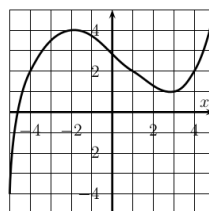


Ex 33 : Résolutions graphiques d'inéquations

L'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-5; 5]$.

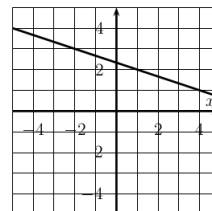
Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions.

$$f(x) < 2$$



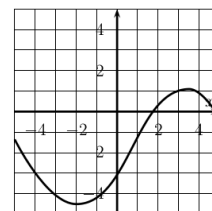
S = ...

$$f(x) > 3$$



S = ...

$$f(x) \leq -3$$



S = ...

Ex 34: Résolutions graphiques d'inéquations

Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions.

$f(x) > g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-7;2]$)	$f(x) \leq g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-4;5]$)
S= ...	S= ...

$f(x) \leq g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-7;2]$)	$f(x) > g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-4;5]$)
S= ...	S= ...

Ex 35 : Algorithmme - Python

1) Expliquer ce que fait le programme écrit en Python ci-dessous :

```
1 k=int(input("k="))
2 for i in range(k+1):
3     A=i**2-11*i+20
4     if (A>0):
5         print(i)
```



2) Modifier ce programme pour qu'il affiche tous les entiers naturels i de l'intervalle $[k_1;k_2]$ tels que $5 \leq f(i) \leq 10$

Sur l'ensemble du chapitre

Ex 36 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) a) Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

b) Étudier le signe de $1-f(x)$ pour tout réel x .

c) Étudier le signe de $1+f(x)$ pour tout réel x .

3) En déduire que la courbe représentative C_f de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est située entre les droites d'équation $y=-1$ et $y=1$.

4) Dans un repère, tracer la portion C' de la courbe C_f dont les points ont une abscisse comprise entre -3 et 3.

5) Soit d la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$.

a) Déterminer graphiquement (avec une calculatrice) les coordonnées du point A intersection de d et C' .

b) Montrer que $x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$

c) En déduire les coordonnées exactes de A.

e) Résoudre graphiquement dans $[-3;3]$ l'inéquation $f(x) \leq \frac{1}{2}$.

f) Sur quel intervalle contenu dans $[-3;3]$ la courbe C' est-elle au-dessus de d ?