

Les quadrilatères

Fiche de rappel : définitions, propriétés, démonstrations, aires

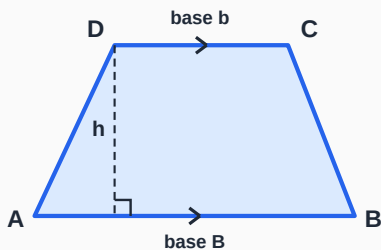
Généralités

Un **quadrilatère** est un polygone à **4 côtés**, 4 sommets et 2 diagonales. La somme de ses angles vaut **360°**. Il est **convexe** si ses diagonales sont à l'intérieur de la figure.

Code des dessins : traits identiques = côtés égaux, flèches = côtés parallèles, petit carré = angle droit, pointillés = diagonales ou hauteur.

Les quadrilatères particuliers

Le trapèze



Définition au moins une paire de côtés opposés parallèles (les **bases**).

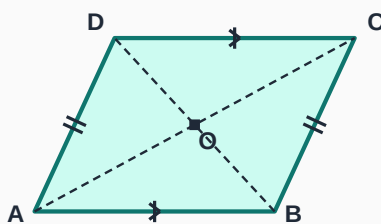
Propriété aucune autre en général. Trapèze isocèle : les côtés non parallèles sont égaux.

Périmètre somme des 4 côtés.

Aire $((B + b) \times h) \div 2$

Symétrie aucune en général.

Le parallélogramme



Définition côtés opposés parallèles 2 à 2.

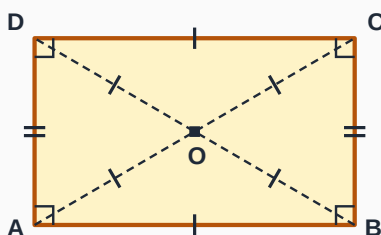
Propriétés côtés opposés égaux ; angles opposés égaux ; angles consécutifs supplémentaires (somme 180°) ; diagonales de même milieu O.

Périmètre $2 \times (\text{côté 1} + \text{côté 2})$.

Aire base $\times$ hauteur

Symétrie un centre de symétrie O, pas d'axe en général.

Le rectangle



Définition 4 angles droits.

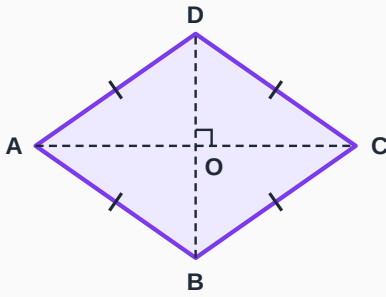
Propriétés c'est un parallélogramme ; ses **diagonales ont la même longueur**.

Périmètre $2 \times (L + l)$

Aire $L \times l$

Symétrie 2 axes (médiatrices des côtés) et un centre.

Le losange



Définition 4 côtés égaux.

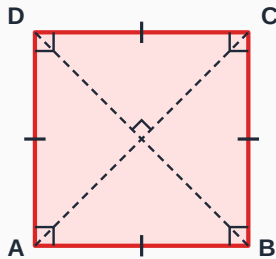
Propriétés c'est un parallélogramme ; ses **diagonales sont perpendiculaires** et bissectrices des angles.

Périmètre $4 \times c$

Aire $(D \times d) \div 2$ (D et d : diagonales)

Symétrie 2 axes (les diagonales) et un centre.

Le carré



Définition 4 côtés égaux et 4 angles droits.

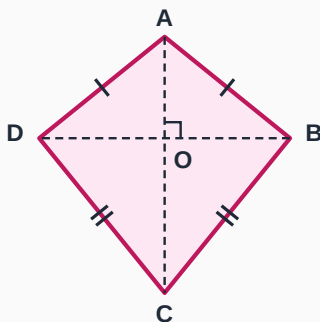
Propriétés à la fois rectangle et losange : diagonales égales, perpendiculaires et de même milieu.

Périmètre $4 \times c$

Aire $c \times c = c^2$

Symétrie 4 axes et un centre.

Le cerf-volant



Définition 2 paires de côtés **consécutifs** égaux ($AB = AD$ et $CB = CD$).

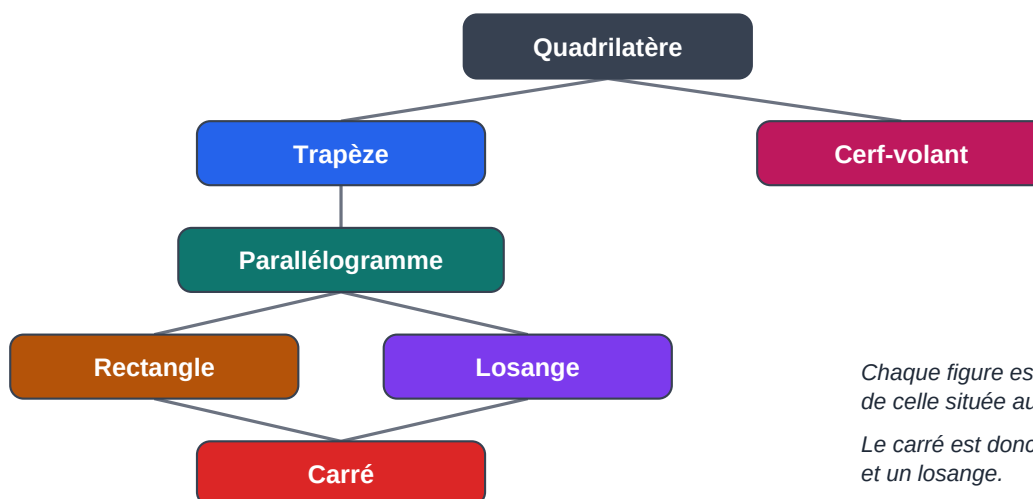
Propriétés diagonales perpendiculaires ; la diagonale AC est un axe de symétrie.

Périmètre somme des 4 côtés.

Aire $(D \times d) \div 2$ (D et d : diagonales)

Symétrie 1 axe (la diagonale AC), pas de centre.

Hiérarchie des quadrilatères



Chaque figure est un cas particulier de celle située au-dessus (reliée).

Le carré est donc à la fois un rectangle et un losange.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est...

...un	Il suffit de montrer que
Parallélogramme	• ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2 • ou ses côtés opposés sont égaux 2 à 2 • ou 2 côtés opposés sont parallèles et égaux • ou ses diagonales ont le même milieu • ou ses angles opposés sont égaux
Rectangle	• parallélogramme avec un angle droit • ou parallélogramme avec diagonales égales • ou 3 angles droits
Losange	• parallélogramme avec 2 côtés consécutifs égaux • ou parallélogramme avec diagonales perpendiculaires • ou 4 côtés égaux
Carré	• il est à la fois un rectangle et un losange

Formules : tableau récapitulatif

Figure	Périmètre	Aire
Rectangle (L, l)	$2 \times (L + l)$	$L \times l$
Carré (côté c)	$4 \times c$	$c \times c$
Parallélogramme (base b, hauteur h)	$2 \times (\text{côté 1} + \text{côté 2})$	$b \times h$
Losange (diagonales D et d)	$4 \times c$	$(D \times d) \div 2$
Trapèze (bases B et b, hauteur h)	somme des 4 côtés	$((B + b) \times h) \div 2$
Cert-volant (diagonales D et d)	somme des 4 côtés	$(D \times d) \div 2$

À retenir. Plus une figure est particulière, plus elle cumule de propriétés. Pour démontrer, on part en général du **parallélogramme**, puis on ajoute une condition (un angle droit, deux côtés consécutifs égaux, des diagonales égales ou perpendiculaires...).