

Les différentes formes d'une expression algébrique**Ex 1 : Somme ou produit**

Indiquer pour chaque expression s'il s'agit d'une somme ou d'un produit :

1) $(x-2)(x-3)$

2) $(x-3)^2$

3) $x(x+2)$

4) $2x^2-5$

5) $(x-2)(x-3)+8$

6) $2x^2-5x+6$

Ex 2 : Forme développée ou factorisée

Parmi les expressions suivantes, reconnaître les formes développées et les formes factorisées :

1) $(x-7)(x+6)$

2) $(x-2)(x-3)+8$

3) $2x^2-5x+6$

4) $x^3(2-x)$

5) $(x-7)^4$

6) $4x-5$

Ex 3 : Développement

Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A=3x(x-5)$$

$$B=3(2x+2)^2$$

$$C=(4x-4)(3x-8)$$

$$D=(x-2)(x+2)$$

$$E=x(x+5)+8(x-3)$$

$$F=a+2(a-5)+5(3-2a)$$

Ex 4 : Factorisation

Factoriser les expressions suivantes :

$$A=x(x-1)+2x(x-3)$$

$$B=x^3-12x^2$$

$$C=(5x+1)(-2x+3)+x(10x+2)$$

$$D=3a^3b^2-27a^5b^7$$

$$E=(x-5)(x+2)-3x(x-5)$$

$$F=(4x-3)(x+2)+(3-4x)x$$

$$G=105x^3y^7+45x^3y^6$$

Identités remarquables**Ex 5 : Développement**

Développer et réduire les expressions ci-dessous :

1) $(x-2y)^2$

2) $(2x+y)^2$

3) $(a-b)^2 + (2a-5b)^2$

4) $(3x-4y)(3x+4y)$

5) $(\sqrt{2}-\sqrt{7x})(\sqrt{2}+\sqrt{7x})$

6) $\left(\frac{4}{5}x - \frac{2}{3}\right)^2$

Ex 6 : Factorisation

Factoriser les expressions ci-dessous :

1) $x^2 - 4x + 4$

2) $4y^2 - 12y + 9$

3) $16a^2 - 80a + 100$

4) $5x^2 - 7y^2$

5) $(x-y)^2 - (2x-4y)^2$

6) $x^2 - \frac{17}{2}x + \frac{289}{16}$

7) $\left(\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}\right)^2$

Ex 7 : Calcul mental

Calculer mentalement :

99^2

102^2

$11^2 - 10^2$

$38^2 - 37^2$

Ex 8 : DéfiDémontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq 8x - 16$ **Ex 9 : Pour aller plus loin**

1) Développer $(a+b+c)^2$

2) Développer $(a+b)^3$ **Écriture fractionnaire****Ex 10 : Forme irréductible**

Écrire sous forme irréductible le nombre suivant : $A = \frac{\frac{4}{5} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{4}{7}}$

Ex 11 : Quotient unique

Écrire chacune des expressions ci-dessous sous la forme d'un quotient unique :

1) $\frac{4x}{9} + \frac{2x+3}{7}$

2) $\frac{3}{x} + \frac{2x-5}{2}$ ($x \neq 0$)

3) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$ ($x \neq 0$)

4) $\frac{4}{x} + \frac{x-2}{3x}$ ($x \neq 0$)

5) $\frac{2}{x-1} + \frac{x}{x+1}$ ($x \neq -1$ et $x \neq 1$)

6) $\frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8}$ ($x \neq 4$)

7) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ ($x > 0$)

8) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ (x, y et z non nuls)

Ex 12 : Simplification

Simplifier au maximum chaque expression :

1) $\frac{x(2x+1)}{2x(4x+8)}$ ($x \neq 0$ et $x \neq -2$)

2) $\frac{(x-3)^2(4x-5)}{x-3}$ ($x \neq 3$)

$$3) \frac{5x^2+9x}{x^2+3x} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -3)$$

$$4) \left(\frac{x(x-1)}{x^2+3x} \right)^2 \frac{x+3}{x-1} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -3 \text{ et } x \neq 1)$$

$$5) \frac{\frac{(x+2)^2}{(x-3)^3}}{\frac{(x+2)^3}{x-3}} \quad (x \neq 3 \text{ et } x \neq -2)$$

Ex 13 : Simplification

Pour tout $x \neq 2$, on pose $A(x) = \frac{3x^3 - 5x^2 - x - 2}{x-2}$

1) Développer $(x-2)(3x^2+x+1)$

2) Simplifier $A(x)$

3) Calculer mentalement $A(-3)$

Puissances**Ex 14 : Puissance de 2**

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme 2^k ($k \in \mathbb{Z}$)

$$1) \frac{2^7 2^{-3}}{2^8}$$

$$2) \left(\frac{2^7}{2^{-3}} \right)^4$$

$$3) 1024^{45}$$

$$4) \frac{2^{-8}}{64}$$

Ex 15 : Puissance de 3

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme 3^k ($k \in \mathbb{Z}$)

$$1) 81 \times \left(\frac{1}{3} \right)^{-5}$$

$$2) \frac{27^8 \times 3^8}{9^5}$$

$$3) 10 \times 3^{12} - 3^{14}$$

Ex 16 : Puissance de a

Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme a^k ($k \in \mathbb{Z}$)

$$1) (a^{n+2})^3$$

2) $\frac{a^5}{(a^3)^n}$

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{2n} \times a^2$

4) $\frac{(a \times a^n)^2}{a^{3n}}$

Ex 17 : Écriture scientifique

Écrire les nombres ci-dessous sous forme scientifique :

A=0,0452

B=12478

C= $\frac{((-7)^3 \times (-10)^{-8})^5}{(-7^2 \times 10^4)^7}$

Ex 18 : Algorithme - PythonSoit $a \in]1; +\infty[$ et $c \in \mathbb{R}$.1) Compléter la fonction PuisMin suivante écrite en Python, afin qu'elle renvoie le plus petit entier naturel n vérifiant $a^n > c$.

```

1 def PuisMin(a,c) :
2     n=0
3     while ... :
4         n= ...
5     return ...

```

2) Quelle est la valeur renvoyée pour $a=3,7$ et $c=30000$ **Racines carrées****Ex 19 : Simplification**Écrire les nombres ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier possible.

1) $\sqrt{32}$

2) $\sqrt{72}$

3) $\sqrt{500}$

4) $\sqrt{147}$

5) $\sqrt{\frac{48}{121}}$

6) $\sqrt{\frac{99}{25}}$

7) $\sqrt{\frac{5}{36}} + 3\sqrt{\frac{20}{9}}$

8) $\sqrt{\frac{3}{8}} \times \sqrt{\frac{14}{3}}$

9) $5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$

10) $3\sqrt{18} + 2\sqrt{16} - 5\sqrt{81}$

Ex 20 : Racine carrée au dénominateur

Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$

3) $\frac{3}{5-\sqrt{3}}$

4) $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+1}$

Ex 21 : Simplification

Développer et simplifier les expressions ci-dessous :

1) $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

2) $7\sqrt{2}(5\sqrt{2}-9\sqrt{18})$

3) $\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)$

4) $\sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{10})^2-10\sqrt{6}}$

5) $(\sqrt{5+\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}})^2$

Ex 22 : Démonstration : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Soit $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$.

1) Calculer $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$ et en déduire que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ (1)

2) En utilisant l'égalité (1), montrer que si $a \neq 0$, $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$ (2)

3) En utilisant les égalités (1) et (2), montrer que si $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Ex 23 : Démonstration : $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Soit $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$.

En calculant $(\sqrt{a+b})^2$ et $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$, montrer que $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Ex 24 : Moyenne géométrique et moyenne arithmétique

Soit $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$. Montrer que $\sqrt{a \times b} \leq \frac{a+b}{2}$

$\sqrt{a \times b}$ et $\frac{a+b}{2}$ sont appelés respectivement moyenne géométrique et moyenne arithmétique de a et b .

Ex 25 : Nombres égaux ?

Les nombres $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$ sont-ils égaux ?

Ex 26 : Volume d'un cylindre

Le volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon r est donné par $V = \pi r^2 h$.

1) Exprimer h en fonction de V et r .

2) Exprimer r en fonction de V et h .

3) Déterminer le rayon d'un cylindre de hauteur 5 cm et de volume 50 cm^3

Ex 27 : Solide lâché

Un solide lâché à une altitude h (en mètres) atteint le sol au bout d'une durée t (en secondes).

Si on néglige les frottements de l'air, on a $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ où $g \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

1) Exprimer h en fonction de t et g .

2) Le solide a mis 10 s pour toucher le sol . À quelle altitude a-t-il été lâché ?

