## Courbes représentatives

### Ex 9-1 : Écriture mathématique

Traduire en écriture mathématique :

1 ) La courbe représentative de $f$ passe par le point A(5 ;-7)

2 ) L'abscisse du point d'ordonnée 1 de la courbe représentative de $f$ est 4

3 ) La courbe représentative de $f$ passe par l'origine du repère.

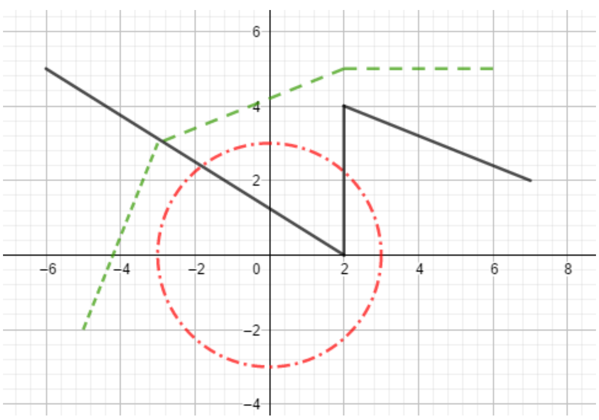
### Ex 9-2 : Vrai ou faux

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on note *C* la courbe représentative d'une fonction $f$ et $M(a;b)$ un point de *C*.

| | | Vrai ou faux |
|---|---|---|
| 1 | $f(a)=b$ | |
| 2 | Si $a=0$ , alors $M\in(Ox)$ . | |
| 3 | Si $f(2)=3$ , alors M(3;2) appartient à *C*. | |
| 4 | Si $b=0$ , alors $M\in(Ox)$ . | |
| 5 | Si *C* coupe la droite d'équation $y=2$ au point A, alors l'ordonnée de A est 2. | |
| 6 | Si $f(3)=0$ , alors la courbe C et l'axe des abscisses ont au moins un point en commun. | |
| 7 | Si $f(3)=0$ , alors la courbe C et l'axe des abscisses ont au plus un point en commun. | |
| 8 | S'il existe un réel $a$ tel que $f(a)=a$ , alors la courbe *C* et la droite d'équation $y=x$ ont au moins un point en commun. | |

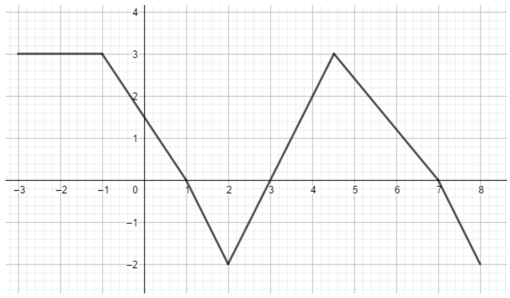
### Ex 9-3 : Représentation graphique d'une fonction ?

Pour chacune des courbes ci-dessus, indiquer s'il s'agit de la représentation graphique d'une fonction et si oui en donner son ensemble de définition.




### Ex 9-4 : Lecture graphique

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, la courbe *C* ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction.




1 ) Déterminer l'ensemble de définition de $f$ .

2 ) Déterminer les abscisses des points de *C* ayant une ordonnée égale à 3.

3 ) Déterminer les abscisses des points de *C* ayant une ordonnée égale à -3.

4 ) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel $x$ .

### Ex 9-5 : Courbe à partir d'un tableau de signes

Dans un repère orthonormé, construire une courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur $[-4;5]$ , vérifiant le tableau de signes suivant.

| $x$ | -4 | | -2 | | 0 | | 3 | | 4 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | - | 0 | + | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

## Fonctions paires et impaires

**Ex 9-6 : Compléter ...**

Compléter les phrases ci-dessous :

1 ) Si $f$ est une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$ et si $f(1)=3$ alors

$f(-1) = \dots$

2 ) Si $f$ est une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$ et si $f(-5)>0$ alors

$f(5) = \dots$

3 ) Si $f$ est une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$ alors

$f(0) = \dots$

4 ) Si $f$ est une fonction paire définie sur $\mathbb{R}$ et si $f(-5)>0$ alors

$f(5)\ \dots$

**Ex 9-7 : Ensembles centrés en zéro**

Parmi les ensembles ci-dessous, entourer ceux qui sont centrés en zéro.

$]-2;2]$ , $[-3;3]$ , $]-5;-4]\cup]4;5[$ , $]-5;-4[\cup]4;5[$ ,

$]-5;-4]\cup[4;5[$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{R}^*$ , $\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$ , $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ , $\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$

**Ex 9-8 : Conjecturer avec la calculatrice**

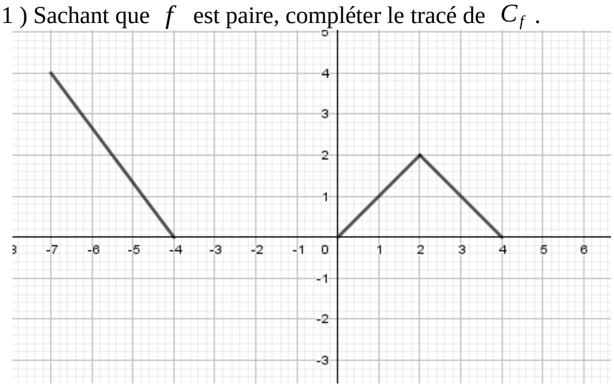
En utilisant une symétrie éventuelle de la représentation graphique, indiquer si la fonction proposée est paire, impaire ou ni l'un, ni l'autre.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x)=2x^2-5$ | | $f(x)=\sqrt{x+1}$ | |
| $f(x)=5x^3-\frac{1}{x}$ | | $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ | |
| $f(x)=3x^2-2x$ | | $f(x)=\frac{x-2}{x-3}$ | |
| $f(x)=\frac{3x^2+1}{x}$ | | $f(x)=3x-5$ | |
| $f(x)=-3x$ | | $f(x)=(3x^3-2x)^2$ | |

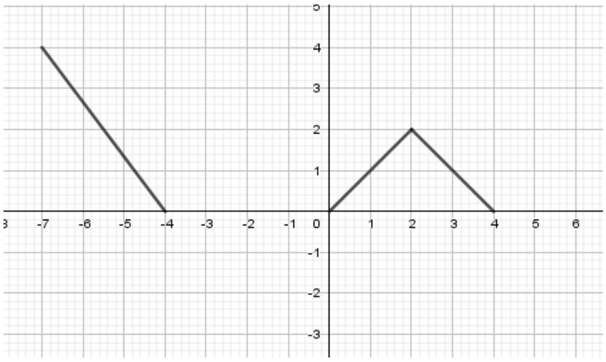
**Ex 9-9 : Compléter un tracé**

La courbe $C_f$ représentant la fonction $f$ définie sur $[-7;7]$ est partiellement représentée ci-contre.

1 ) Sachant que $f$ est paire, compléter le tracé de $C_f$ .



2 ) Même question sachant que $f$ est impaire.



**Ex 9-10 : Étudier la parité d'une fonction**

Dans chacun des cas indiquer si la fonction proposée est paire, impaire ou ni l'un, ni l'autre.

a ) $f(x)=x^3-5x$

b ) $f(x)=3x^4+2x^2-5$

c ) $f(x)=x(x-2)$

d ) $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$

e ) $f(x)=\frac{1}{x}+x^2$

f ) $f(x)=\frac{(1-x^2)^2}{1+x^2}$

**Ex 9-11 : Parité d'un polynôme**

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=a x^4+b x^3+c x^2+d x+\mathrm{e}$ où $a$ , $b$ , $c$ , $d$ et $\mathrm{e}$ sont des réels.
Comment faut-il choisir $a$ , $b$ , $c$ , $d$ et $\mathrm{e}$ pour que :

1 ) la fonction $f$ soit paire ?

2 ) la fonction $f$ soit impaire ?

**Ex 9-12 : $\boldsymbol{g(x)=f(x)+f(-x)}$ et $\boldsymbol{h(x)=f(x)-f(-x)}$**

Soit $f$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et les fonctions $g$ et $h$ définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=f(x)+f(-x)$ et $h(x)=f(x)-f(-x)$

1 ) Montrer que $g$ est paire.

2 ) Montrer que $h$ est impaire

**Ex 9-13 : $\boldsymbol{f(x)=\frac{a}{x}}$**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\frac{a}{x}$ où $a\in\mathbb{R}^*$ .

1 ) Montrer que $f$ est une fonction impaire.

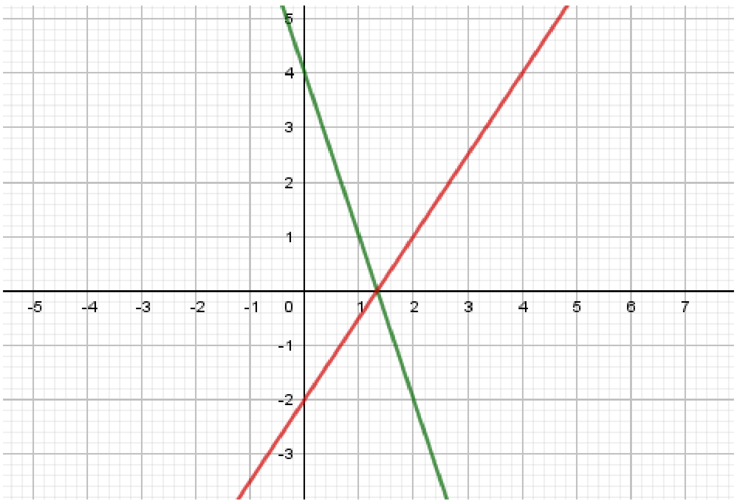
2 ) On a $f(-1)=\frac{3}{5}$ . Déterminer l'expression de $f$ .

**Résolutions graphiques d'inéquations**

**Ex 9-14 : Avec des fonctions affines**

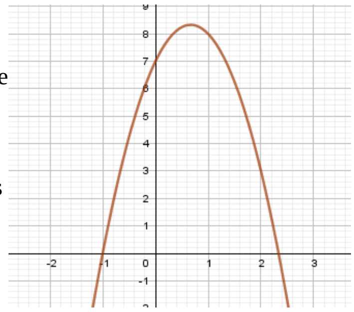
Les fonctions $f$ et $g$ sont définies par $f(x)=-3x+4$ et $g(x)=1,5x-2$ et sont représentées graphiquement ci-dessous.

Résoudre les équations $f(x)=2$ et $g(x)=3$ d'abord graphiquement, en traçant des traits, puis en résolvant chaque équation par le calcul.



**Ex 9-15 : Antécédents**

La fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)(7-3x)$ .
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.

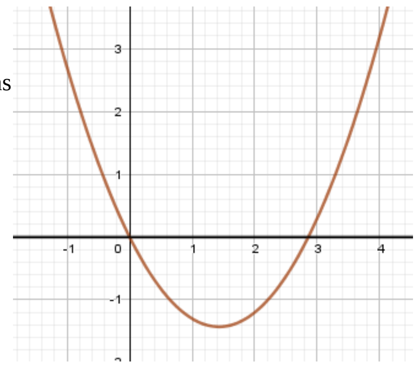


1 ) D'après la représentation graphique de $f$ , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0.
Arrondir à l'unité ou au dixième.

2 ) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

**Ex 9-16 : Antécédents**

La fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=0,7x^2-2x$ .
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.

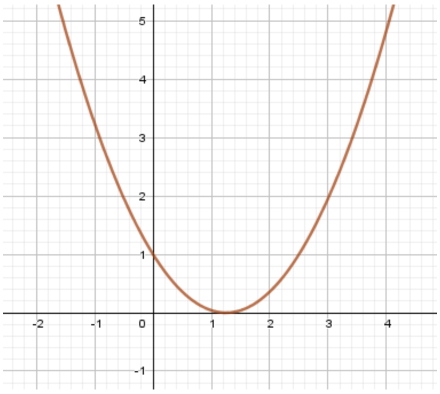


1 ) D'après la représentation graphique de $f$ , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0.
Arrondir à l'unité ou au dixième.

2 ) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation (factoriser d'abord $f(x)$ ).

**<u>Ex 9-17 :</u> Antécédents**

La fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(0,8x-1)^2$ .



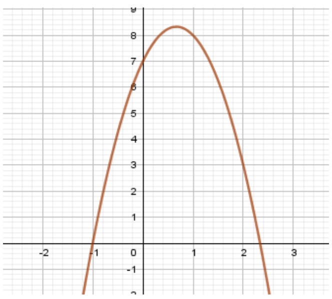
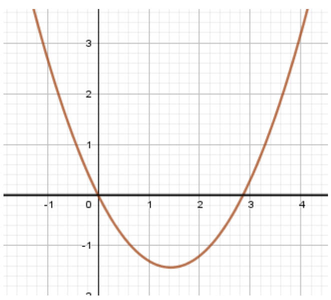
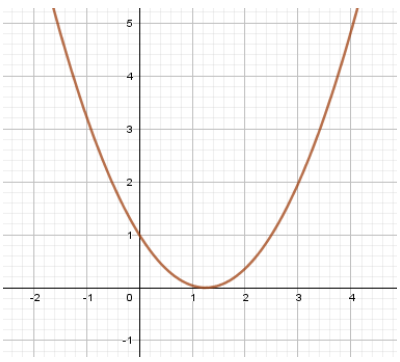
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.

1 ) D'après la représentation graphique de $f$ , déterminer le ou les éventuels antécédents de 4. Arrondir à l'unité ou au dixième.

2 ) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

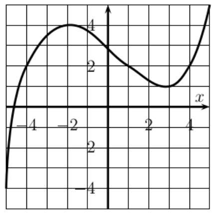
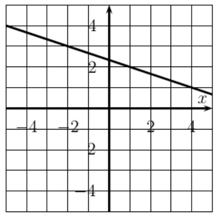
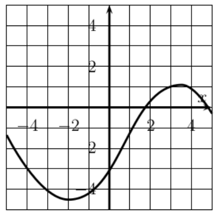
**<u>Ex 9-18 :</u> Résolutions graphiques d'inéquations**

Les représentations graphiques ci-dessous sont celles des exercices 15, 16, 17.
Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée. Il faudra utiliser les résultats de ces exercices et colorier l'ensemble des solutions.

| | |
|---|---|
| $f(x)\geqslant 0$  | $f(x)\geqslant 0$  |
| $f(x)\leqslant 4$  | |

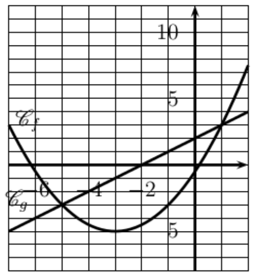
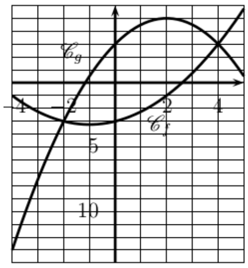
**<u>Ex 9-19 :</u> Résolutions graphiques d'inéquations**

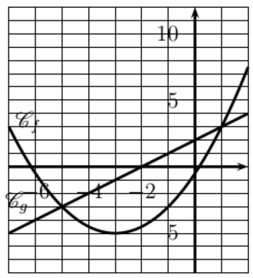
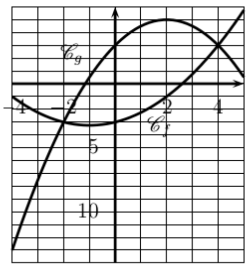
L'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-5;5]$ .
Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions.

| $f(x)<2$ | $f(x)>3$ | $f(x)\leqslant -3$ |
|---|---|---|
|  |  |  |
| S= . . . | S= . . . | S= . . . |

**<u>Ex 9-20 :</u> Résolutions graphiques d'inéquations**

Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions.

| $f(x)>g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-7;2]$ ) | $f(x)\leqslant g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-4;5]$ ) |
|---|---|
|  |  |
| S= . . . | S= . . . |

| $f(x)\leqslant g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-7;2]$ ) | $f(x)>g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-4;5]$ ) |
|---|---|
|  |  |
| S= . . . | S= . . . |

**Ex 9-21 : Algorithme - Python**

1 ) Expliquer ce que fait le programme écrit en Python ci-dessous :

```
k=int(input("k="))
for i in range(k+1):
  A=i**2-11*i+20
  if (A>0):
    print(i)
```

2 ) Modifier ce programme pour qu'il affiche tous les entiers naturels $i$ de l'intervalle $[k_1 ; k_2]$ tels que $5 \leqslant f(i) \leqslant 10$

**Sur l'ensemble du chapitre**

**Ex 9-22 :**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ .

1 ) Étudier la parité de la fonction $f$ .

2 ) a ) Calculer $f(0)$ et $f(1)$ .

b ) Étudier le signe de $1-f(x)$ pour tout réel $x$ .

c ) Étudier le signe de $1+f(x)$ pour tout réel $x$ .

3 ) En déduire que la courbe représentative $\mathrm{C}_f$ de $f$ dans un repère orthonormé $(\mathrm{O} ; \vec{i}, \vec{j})$ est située entre les droites d'équation $y=-1$ et $y=1$ .

4 ) Dans un repère, tracer la portion $C'$ de la courbe $\mathrm{C}_f$ dont les points ont une abscisse comprise entre -3 et 3.

5 ) Soit $d$ la droite d'équation $y=\dfrac{1}{2}$ .

a ) Déterminer graphiquement (avec une calculatrice) les coordonnées du point A intersection de $d$ et $C'$ .

b ) Montrer que $x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

c ) En déduire les coordonnées exactes de A.

e ) Résoudre graphiquement dans [-3;3] l'inéquation $f(x) \leqslant \dfrac{1}{2}$ .

f ) Sur quel intervalle contenu dans [-3;3] la courbe $C'$ est-elle au-dessus de $d$ ?