

Chapitre 7 - CONFIGURATIONS PLANES

1) REPÈRE DU PLAN

A) COORDONNÉES D'UN POINT DANS UN REPÈRE

Définition :

Un repère du plan est défini par trois points non alignés O, I et J et est noté (O, I, J) .

(OI) et (OJ) , sécantes en O, sont les axes du repère.

O est appelé l'origine du repère. (OI) est l'axe des abscisses et (OJ) celui des ordonnées.

Cas particuliers :

- Si (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, alors le repère (O, I, J) est dit orthogonal.
- Si, de plus, $OI = OJ = 1$, alors le repère (O, I, J) est dit orthonormal.

Définition :

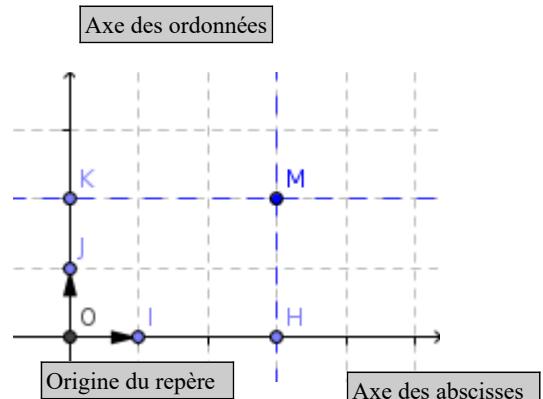
Soit M un point du plan muni du repère (O, I, J) .

En traçant la parallèle à chaque axe passant par M, on obtient deux points H et K.

L'abscisse de M dans (O, I, J) , noté x_M , est l'abscisse de H sur (OI) .

L'ordonnée de M dans (O, I, J) , noté y_M , est l'abscisse de K sur (OJ) .

$(x_M; y_M)$ est le couple des coordonnées du point M dans le repère (O, I, J) .



On parle souvent de repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, plutôt que de repère (O, I, J) .

Éthymologie :

- "Orthogonal" vient du grec *orthos* droit et *gonos* angle
- "Orthonormal" vient du grec *orthos* droit et du latin *norma* équerre
- "Abscisse" vient du latin *abscissa*, coupée.
- "Ordonnée" vient du latin du latin *ordinare*, mettre en ordre.

Exemples : O a pour coordonnées I pour coordonnées ; J a pour coordonnées ; M a pour coordonnées

B) COORDONNÉES DU MILIEU D'UN SEGMENT

Propriété :

Soit A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère (O, I, J) .

Le milieu M du segment $[AB]$ a alors pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Exemple : Si A(2; 1) et B(5; -1), alors

C) DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

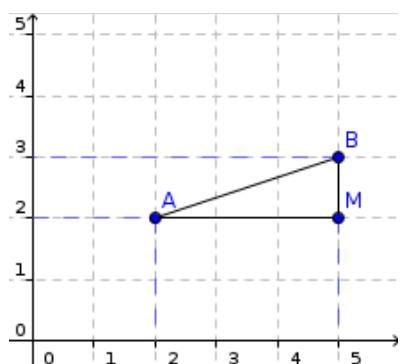
Propriété :

Soit A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) .

La distance de A à B est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Preuve :



Exemple :

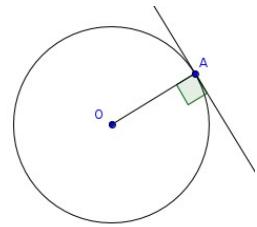
Dans la figure ci-dessus, A(2; 2) et B(5; 3), alors :

2) DISTANCE ET ENSEMBLE DE POINTS

A) CERCLE ET DISQUE

Définition : Cercles et disques

- Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM = r$.
- Le disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM \leq r$.
- La tangente à un cercle de centre O en un point A est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon $[OA]$. Un cercle et la tangente en l'un de ses points ont un unique point commun.

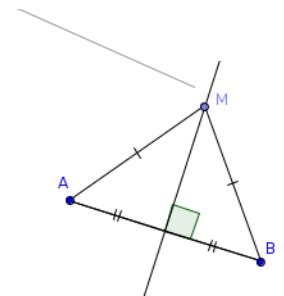


B) MÉDIATRICES ET TRIANGLE

Définition :

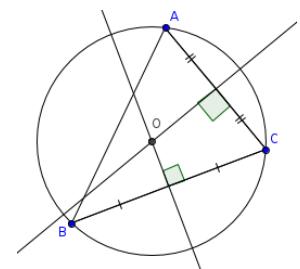
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés du triangle.



Propriété :

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

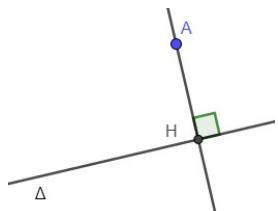


3) DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

Définition :

Soit A un point du plan et Δ une droite du plan.

Le projeté orthogonal de A sur Δ est le point d'intersection de Δ et de la perpendiculaire à Δ passant par A .



Remarque :

Si $A \in \Delta$, alors le projeté orthogonal du point A sur Δ est lui-même.

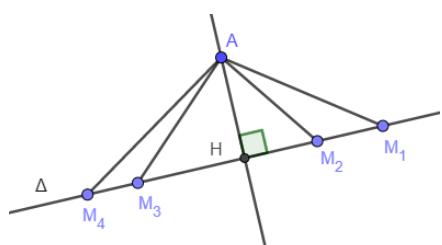
Définition :

On appelle distance d'un point à une droite, la plus petite distance entre ce point et un point de la droite.

Propriété :

Soit A un point du plan, Δ une droite du plan et H le projeté orthogonal de A sur Δ .

La distance du point A à la droite Δ est la distance AH .



Preuve : Disjonction de cas

Cas 1 : $A \in \Delta$,

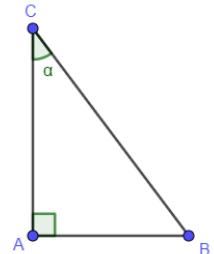
Cas 2 : $A \notin \Delta$

4) QUELQUES PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE

Propriété :

Dans un triangle rectangle, on note α la mesure en degré de l'un des deux angles aigus. On a :

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$



Remarque :

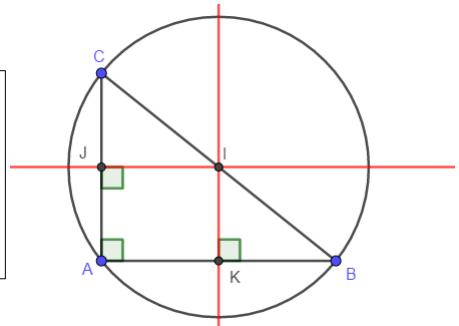
On écrit $\cos^2 \alpha$ pour simplifier l'écriture à la place de $(\cos(\alpha))^2$, mais il faut bien comprendre que ce n'est pas cos qui est au carré !

Preuve :

Propriété :

Dans un triangle rectangle, les médiatrices des deux côtés adjacents à l'angle droit se coupent au milieu de l'hypoténuse.

Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle est donc le cercle de centre le milieu de l'hypoténuse et de rayon la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



Propriété :

Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.

