Vocabulaire des fonctions

Ex 4-1 : Restituer les notions du cours

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
Traduire chaque égalité par une phrase utilisant le mot indiqué entre parenthèse.

1) $f(3)=4$ (image)

2) $f(-5)=4$ (antécédent)

3) $f(2)=0$ et $f(7)=0$ (antécédent)

Ex 4-2 : Restituer les notions du cours

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ qui à tout réel x , associe la somme de son carré et de son triple.

1) Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

2) Calculer l'image de -1 .

3) Déterminer les antécédents de 0.

Ex 4-3 : Algorithme – Python

Compléter en dessous de chaque programme par une formule en fonction de x .

Programme 1	Programme 2
x=float(input("x= ")) x=-5*x x=x+2/7 print(x)	x=float(input("x= ")) x=x-3 x=x**3 print(x)
$f(x)=$ . . .	$f(x)=$ . . .

Ex 4-4 : Ensemble de définition

La fonction f est définie par $f(x)=\dfrac{5}{2-x}$

1) Compléter le tableau de valeurs . Si c'est nécessaire, arrondir les résultats au dixième près.

x	2	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7
$f(x)$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

2) Quelle image ne peut-on pas calculer ? Pourquoi ?

3) Parmi les ensembles suivants, lesquels conviennent comme ensemble de définition de la fonction f ?

$[0;5]$, $[2;10]$, $]2;10]$, $\mathbb{R}$, $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

Ex 4-5 : Ensemble de définition

Dans chaque cas, déterminer le plus grand ensemble de définition de f :

a) $f(x)=\dfrac{x-2}{3}$

b) $f(x)=\dfrac{3}{x-2}$

c) $f(x)=-\dfrac{1}{3}(x-5)^2$

d) $f(x)=\sqrt{x-3}$

e) $f(x)=\dfrac{5}{\sqrt{x-3}}$

f) $f(x)=\dfrac{x-5}{2x-3}$

g) $f(x)=\dfrac{x}{5}-\sqrt{x+2}$

Fonctions affines

Ex 4-6 : Affines ou non ?

Des fonctions sont définies par les égalités ci-dessous :

$$f_1(x)=7x-5 \;;\; f_2(x)=2x^2-5 \;;\; f_3(x)=-7x \;;\; f_4(x)=\frac{2}{x-5}$$

$$f_5(x)=8-2x \;;\; f_6(x)=0,001x \;;\; f_7(x)=-\pi+\pi x$$

Compléter le tableau :
- pour les deux premières questions, indiquer O (oui) ou N (non);
- pour les trois questions suivantes, cocher la case concernée

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
La fonction est affine.							
La fonction est linéaire.							
Sa représentation graphique est une droite.							
Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.							
Sa représentation graphique n'est pas une droite.							

Ex 4-7 : Coefficient directeur positif

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x-1$.

1) Calculer l'image de -2 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.
Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

Ex 4-8 : Coefficient directeur sous forme de fraction

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2}{3}x+2$.

1) Calculer l'image de -3 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.
Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

Ex 4-9 : Coefficient directeur négatif et ordonnées à l'origine sous forme de fraction

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+\frac{2}{5}$.

1) Calculer l'image de 1 par la fonction f .

2) Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f .

3) Tracer la représentation graphique de f dans un repère.
Quels sont le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d ?

La fonction carré

Ex 4-10 : Vrai ou faux

1) La fonction carré n'est définie que sur $]-\infty;0]$.

2) L'image par la fonction carré de 1 est -1.

3) La fonction carré est positive sur $\mathbb{R}^+$.

4) La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Ex 4-11 : Quelques calculs

1) Calculer l'image par la fonction carré de chacun des nombres suivants :

a) $1+\sqrt{2}$ b) 1,1

c) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ d) $1-\sqrt{5}$

e) $(-\sqrt{5})^2$

2) Parmi les nombres suivants, lesquels sont des antécédents de 5 par la fonction carré ?

a) $\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{5}$ c) $\sqrt{25}$ d) $\sqrt{5}^2$ e) $\sqrt{(-5)^2}$ f) $(-\sqrt{5})^2$

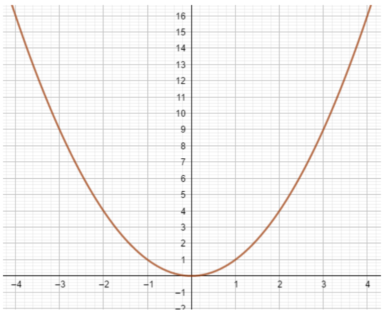
3) Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction carré :

A(-1;1) B(0;0) C(1;1) D($\sqrt{3}$;3) E(- $\sqrt{3}$;3) F(3 ; $\sqrt{3}$)

Ex 4-12 : Utiliser la courbe de la fonction carré

Utiliser la parabole représentant la fonction carrée pour répondre aux questions ci-dessous :

1) Comparer :

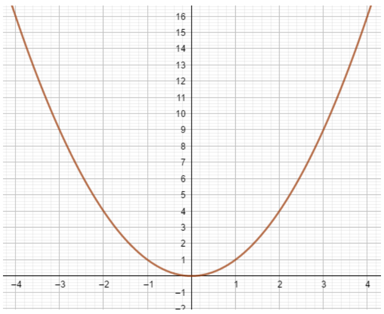


a) $(-2)^2$ 3^2

b) $2{,}5^2$ $3{,}2^2$

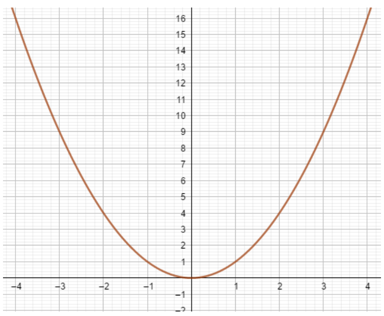
c) $(-1{,}5)^2$ $(-3)^2$

2) Quel renseignement sur x^2 peut-on déduire de l'information suivante ?



a) $x \leqslant -2$

b) $x > 3$



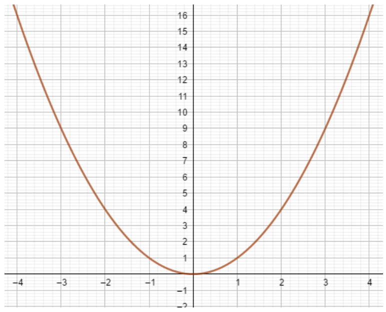
c) $-4 < x < 2$

d) $0{,}1 < x < 0{,}2$

3) Soit x , y et z trois réels vérifiant $x < y < z < 0$.

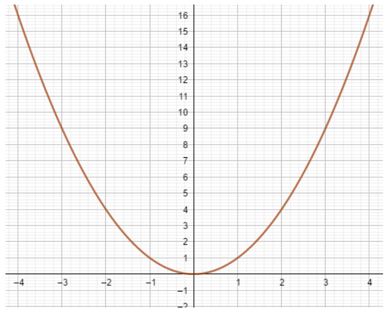
Classer x^2 , y^2 et z^2 .

4) Déterminer les réels x vérifiant :



a) $x^2 < 3$

b) $x^2 \leqslant -1$



c) $x^2 > 16$

d) $2 < x^2 \leqslant 16$

La fonction inverse

Ex 4-13 : Images, antécédents

Répondre aux questions ci-dessous en donnant les valeurs exactes.
1) Par la fonction inverse, quelle est l'image de :

a) 3 b) $\dfrac{3}{4}$ c) -10 d) $-0{,}5$

e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

2) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'image . Le quel ?

3) Par la fonction inverse, quel est l'antécédent de :

a) 3 b) $\dfrac{3}{4}$ c) -10 d) $-0{,}5$

e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

4) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'antécédent. Lequel ?

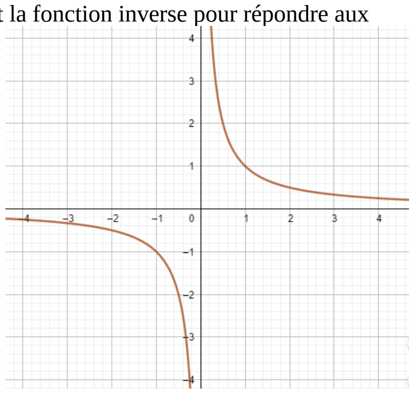
Ex 4-14 : Points sur courbe

Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction inverse :

$A(-1;-1)$ $B(1;0)$ $C(0;1)$ $D(2;0{,}2)$ $E\left(-6;-\dfrac{1}{6}\right)$ $F(0{,}1;10)$

Ex 4-15 : Utiliser la courbe de la fonction inverse

Utiliser l'hyperbole représentant la fonction inverse pour répondre aux questions ci-dessous :



1) Comparer :

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{-4}$ $\frac{1}{-3}$

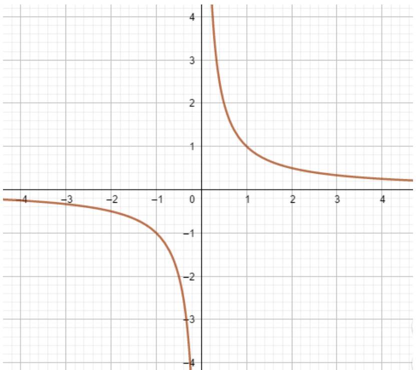
c) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{-3}$

2) Indiquer le nombre de solutions de chacune des équations ci-dessous :

a) $\frac{1}{x}=5$ b) $\frac{1}{x}=-\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{x}=2,7$ d) $\frac{1}{x}=0$

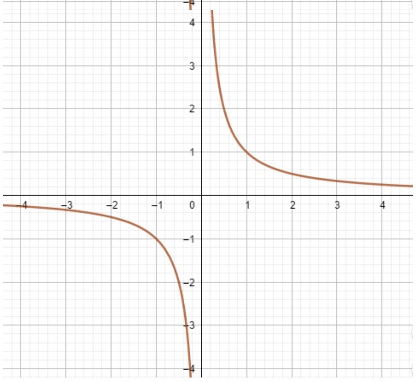
Résoudre par le calcul chacune des équations précédentes.

3) Déterminer les réels x vérifiant :



a) $1<\frac{1}{x}<4$

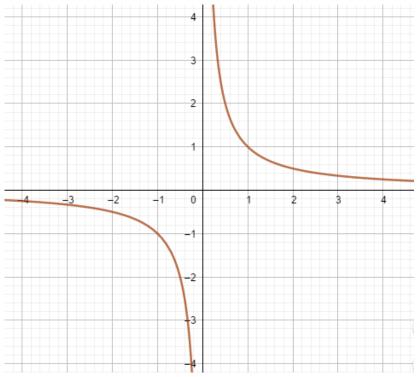
b) $5\leqslant\frac{1}{x}\leqslant 3$



c) $\frac{1}{x}\leqslant 3$

d) $\frac{1}{x}>1$

e) $\frac{1}{x}\leqslant -4$



La fonction cube

Ex 4-16 : Quelques calculs

1) Calculer l'image par la fonction cube de chacun des nombres suivants :

a) -1 b) -10 c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{4}$ e) $-\frac{3}{2}$

2) Déterminer les antécédents des nombres ci-dessous par la fonction cube :

a) -1 b) 8 c) 125 d) 27

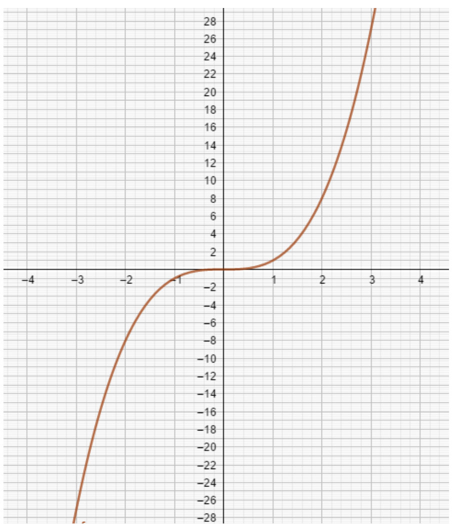
e) 1000 f) 10^9 g) 10^{-9}

3) Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction cube :

A(-1;1) B(0;0) C(-2;8) D($\sqrt{3}$;3√3) E(-1;-1) F$\left(10^2;10^6\right)$

Ex 4-17 : Utiliser la courbe de la fonction cube

Utiliser la courbe représentant la fonction cube pour répondre aux questions ci-dessous :



1) Comparer :

a) $(-3)^3$ $(-4)^3$

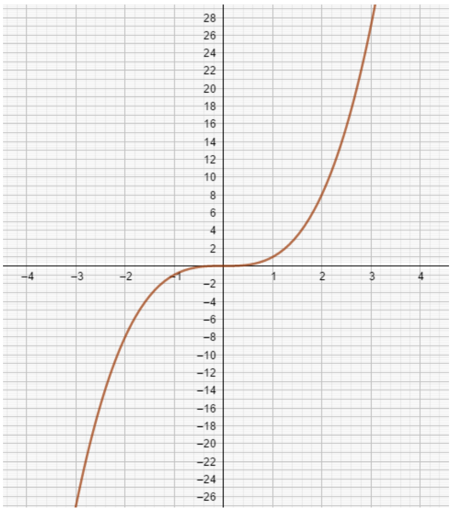
b) 2^3 $0,5^3$

c) $(-2)^3$ 3^3

2) Quel renseignement sur x^3 peut-on déduire de l'information suivante ?

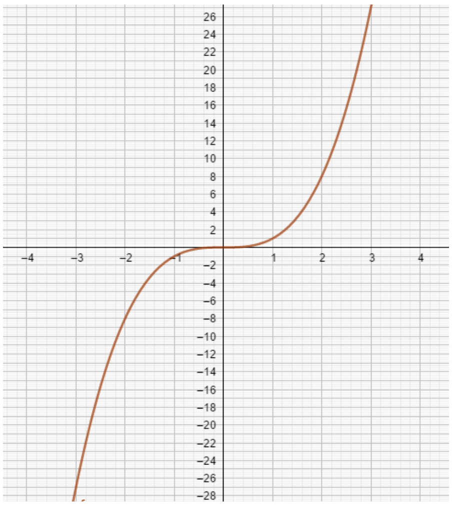
a) $x \leqslant -2$

b) $x > 3$



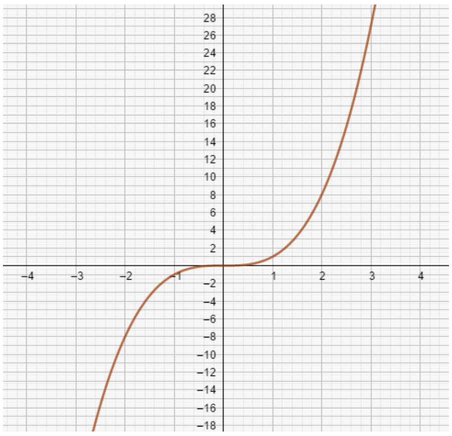
c) $-4 < x < 2$

d) $1 \leqslant x \leqslant 3$

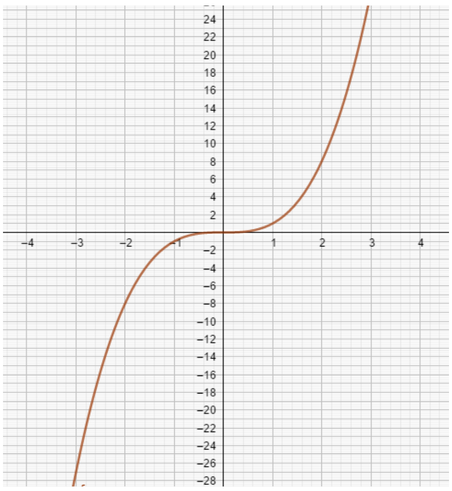


3) Déterminer les réels x tels que :

a) $-1 \leqslant x^3 \leqslant 27$



b) $-8 < x^3 < 0{,}125$



Ex 4-18 : Calculatrice : tabulation

Un artiste souhaite réaliser une boule en alliage métallique . Il a pour cela acheté 5 m^3 de métal qu'il fera fondre puis mouler par un métallurgiste.
On se propose de déterminer le rayon maximum r de la boule.

Rappel du volume d'une boule de rayon r : $\text{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

1) Justifier que l'équation à résoudre équivaut à $r^3 = \dfrac{15}{4\pi}$

2) Donner l'arrondi au millième de $\dfrac{15}{4\pi}$

3) Avec la calculatrice, tabuler la fonction cube de 0 à 2 avec un pas de 0,1.

4) En modifiant l'intervalle et le pas, donner l'arrondi au centième de r .

La fonction racine carrée

Ex 4-19 : Vrai ou faux – restituer les notions du cours

1) La fonction racine carrée est définie sur $\mathbb{R}$.

2) La fonction racine carrée est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

3) L'image du réel -3 par la fonction racine carrée est 3.

4) L'image du réel -3^2 par la fonction racine carrée est 3.

5) La courbe représentative C_f de la fonction racine carrée est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

6) A(4;2) appartient à C_f .

7) B(-1;1) appartient à C_f .

8) C(2;1,4) appartient à C_f .

9) Tout réel k admet un unique antécédent par la fonction racine carrée.

Ex 4-20 : QCM – restituer les notions du cours

Parmi les réels ci-dessous lesquels sont des antécédents de 9 par la fonction racine carrée ?

a) -81 b) $\sqrt{9}$ c) 9 d) 81 e) $\sqrt{81}$ f) -9 g) 3 h) -3

Ex 4-21 : Images

Calculer l'image de chaque nombre par la fonction racine carrée :

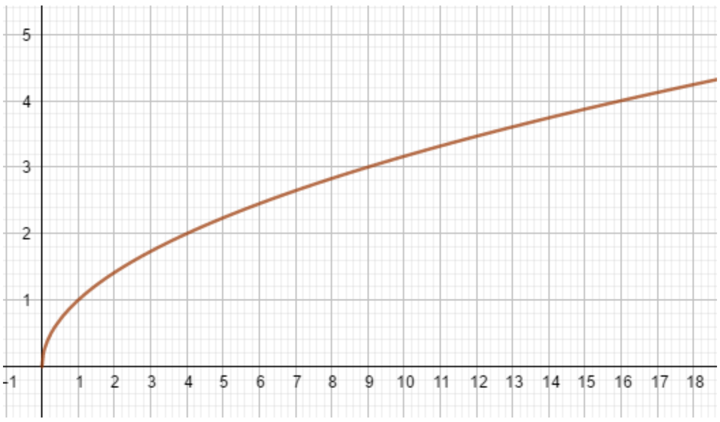
a) $\frac{16}{9}$ b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{36}{81}$ d) $\frac{121}{81}$

e) $\frac{10^8}{4}$

Ex 4-22 : Utiliser la courbe de la fonction racine carrée

Utiliser la courbe représentant la fonction racine carrée pour répondre aux questions ci-dessous :



1) Comparer :

a) $\sqrt{12}$ $\sqrt{10}$ b) $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$

2) Quel renseignement sur $\sqrt{x}$ peut-on déduire de l'information suivante ?

a) $x<1$ b) $x>9$

c) $1\leqslant x\leqslant 9$ d) $x\leqslant 16$

3) Déterminer les réels x tels que :

a) $2<\sqrt{x}<3$

b) $\sqrt{x}\leqslant 16$

c) $\sqrt{x}>1$

Ex 4-23 : Algorithme – principe de dichotomie

1) Déterminer deux nombres entiers consécutifs a et b tels que $a<\sqrt{3}<b$

2) Déterminer si on a $\sqrt{3}\in\left[a\,;\frac{a+b}{2}\right]$ ou $\sqrt{3}\in\left[\frac{a+b}{2}\,;b\right]$.

3) On considère l'algorithme ci-dessous où p désigne la précision.

```
a=float(input("a="))
b=float(input("b="))
p=float(input("p="))
while(b-a>p):
   m=(a+b)/2
   if(m**2<3):
      a=m
   else:
      b=m
print("a=",a," b=",b)
```

Quelle valeur cet algorithme permet-il d'estimer ?

4) a) Déterminer ce qu'il renvoie lorsque :

p=0,1 p=0,001

5) Modifier seulement quelques lignes du programme, afin d'obtenir un algorithme qui calcule une valeur approchée de la racine carrée d'un entier naturel non nul n donné.