

## Chapitre 4 - FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

### 1) VOCABULAIRE DES FONCTIONS

#### Définition :

Soit  $D_f$  un ensemble de nombre.

On appelle **fonction**  $f$  sur l'ensemble  $D_f$  le procédé mathématique qui permet d'associer à tout nombre  $x$  de  $D_f$  un réel unique noté  $f(x)$ .  
On note  $f : x \mapsto f(x)$  (lire : « fonction  $f$  qui à tout  $x$  associe le nombre  $f(x)$  »)

#### Vocabulaire :

- $f(x)$  est l'**image** de  $x$  (lire : "  $f$  de  $x$  " ).
- $x$  est un **antécédent** de  $f(x)$
- $D_f$  est l'**ensemble de définition** (ou domaine de définition) de  $f$  .

#### Remarques :

- $x$  ne représente pas un réel donné, mais n'importe le quel des éléments de l'intervalle  $D_f$ . On dit que  $x$  est une variable.  
( On peut aussi utiliser les lettres  $u$  ,  $t$  , etc )
- On a appelé la fonction  $f$  , mais rien ne nous oblige à l'appeler ainsi . ( On utilise souvent les lettres  $g$  ,  $h$  , etc ou  $f_1$  ,  $f_2$  ... )

**Exemple :** Sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ , on considère la fonction  $f : x \mapsto 3x - 1$

#### Remarques :

- Si un nombre n'a pas d'image, c'est qu'il n'appartient pas à l'ensemble de définition de la fonction.
- Dans la pratique, les fonctions sont souvent données sans que soit précisé l'ensemble de définition.
- Dans ce cas, il ne faut pas oublier de chercher  $D_f$  en se rappelant qu'il s'agit de tous les réels  $x$  tels que  $f(x)$  soit "calculable".

### 2) FONCTIONS AFFINES

#### Définition :

On appelle **fonction affine** toute fonction de la forme  $f : x \mapsto ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des réels fixés.

**Exemple :** La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f : x \mapsto 5x - 2$  est une fonction affine.

#### Cas particuliers :

- Si  $a \neq 0$  on dit que la fonction est **linéaire**.
- Si  $a = 0$  la fonction est du type  $f : x \mapsto b$  où  $b$  est un réel fixé, elle est donc **constante**.

#### Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est **une droite**.

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées ne peut représenter une fonction puisque cela signifierait qu'il existe un antécédent qui a une infinité d'images.

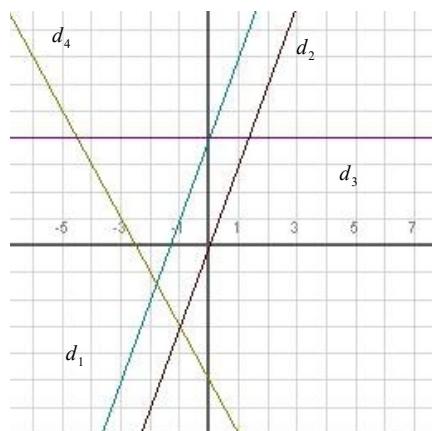
**Réiproquement**, toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine.

#### Cas particuliers :

- Si  $a \neq 0$  la représentation graphique de  $f$  est une droite passant par l'origine  $O$  du repère.
- Si  $a = 0$  la représentation graphique de  $f$  est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

#### Exemples :

- La fonction  $x \mapsto 3x + 4$  est représentée par la droite
- La fonction  $x \mapsto 3x$  est représentée par la droite
- La fonction  $x \mapsto -2x - 5$  est représentée par la droite
- La fonction  $x \mapsto 4$  est représentée par la droite



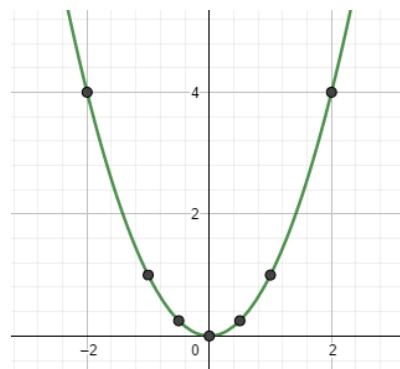
### 3) LA FONCTION CARRÉ

#### Définition :

La fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout nombre réel  $x$  associe son carré  $x^2$ , est appelée **fonction carré**.

Pour tracer la courbe représentative d'une fonction de référence, on établit un tableau de valeurs, puis on place les points correspondants dans un repère orthogonal (orthonormé de préférence)

$x$	-4	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	4
$f(x) = x^2$	16	9	4	1	0,25	0	0,25	1	4	9	16



#### Définition :

Dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative de la fonction carrée est appelée **parabole** d'équation  $y = x^2$ .

Le point  $O(0; 0)$  est appelé **sommet de la parabole**.

#### Propriété :

Dans un repère orthogonal, la parabole représentant la fonction carrée est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

#### Preuve :

#### Remarque :

Pour tout réel  $x$ ,  $x^2 \geq 0$ . La parabole est donc située au-dessus de l'axe des abscisses.

### 4) LA FONCTION INVERSE

#### Définition :

La fonction définie sur  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  qui à tout nombre réel  $x$  non nul associe son inverse  $\frac{1}{x}$ , est appelée **fonction inverse**.

$x$	-4	-3	-2	-1	-0,5	-0,25	0,25	0,5	1	2	3	4
$f(x) = \frac{1}{x}$	-0,25	$-\frac{1}{3}$	-0,5	-1	-2	-4	4	2	1	0,5	$\frac{1}{3}$	0,25

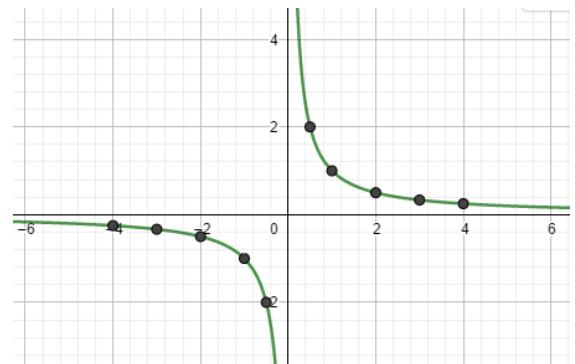
#### Définition :

Dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative de la fonction inverse est appelée **hyperbole** d'équation  $y = \frac{1}{x}$ .

#### Propriété :

Dans un repère orthogonal, l'hyperbole représentant la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine  $O(0; 0)$  du repère.

#### Preuve :



### Remarques :

- La fonction inverse n'est pas définie en 0 . Ce qui explique que l'hyperbole est composée de deux branches distinctes.
- Les nombres  $x$  et  $\frac{1}{x}$  sont de même signe . Ce qui explique que l'hyperbole est située au-dessous de l'axe des abscisses sur  $]-\infty; 0[$  et au-dessus sur  $]0; +\infty[$

## 5) LA FONCTION CUBE

### Définition :

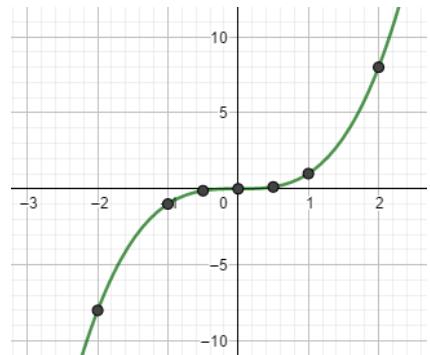
La fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout nombre réel  $x$  associe son cube  $x^3$ , est appelée **fonction cube**.

$x$	-4	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	4
$f(x) = x^3$	-64	-27	-8	-1	-0,125	0	0,125	1	8	27	64

### Propriété :

Dans un repère orthogonal, la courbe représentant la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine  $O(0;0)$  du repère.

### Preuve :



**Remarque :** Les nombres  $x$  et  $x^3$  sont de même signe . Ce qui explique que la courbe représentant la fonction cube au-dessous de l'axe des abscisses sur  $]-\infty; 0[$  et au-dessus sur  $]0; +\infty[$

## 6) LA FONCTION RACINE CARRÉE

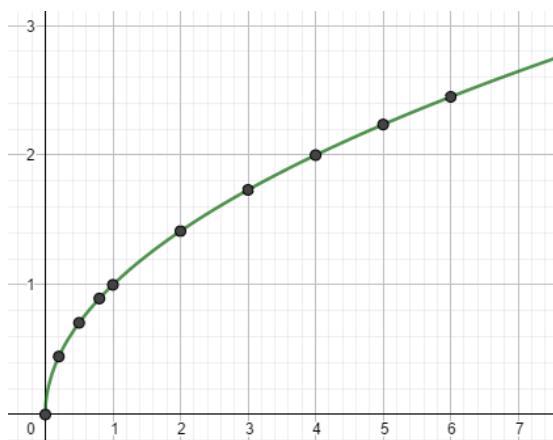
### Définition :

La fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par  $x \mapsto \sqrt{x}$ , est appelée **fonction racine carrée**.

$x$	0	0,2	0,5	0,8	1	2	3	4	5	6
$f(x) = \sqrt{x}$ (à $10^{-2}$ près)	0	0,45	0,71	0,89	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45

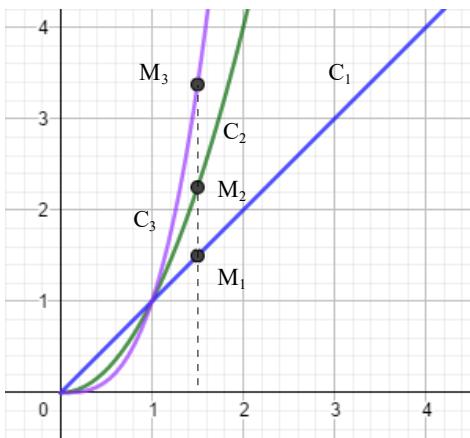
**Remarque :** Pour tout réel  $x \geq 0$ ,  $\sqrt{x} \geq 0$  .

Ce qui explique que la courbe représentant la fonction racine carrée est dans la partie du repère où abscisses et ordonnées sont positives.



## 7) POSITIONS RELATIVES

On note respectivement  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  les courbes représentatives des fonctions  $f_1 : x \mapsto x$ ,  $f_2 : x \mapsto x^2$  et  $f_3 : x \mapsto x^3$ .



Les points de coordonnées  $(0;0)$  et  $(1;1)$  sont communs aux trois courbes

### Propriété :

- Pour tout  $x \in [0;1]$ , on a  $x \geq x^2 \geq x^3$ .

Conséquence graphique sur  $[0;1]$  :  $C_1$  est au-dessus de  $C_2$  qui est elle-même au-dessus de  $C_3$

- Pour tout  $x \geq 1$ , on a  $x \leq x^2 \leq x^3$

Conséquence graphique sur  $[1;+\infty[$  :  $C_3$  est au-dessus de  $C_2$  qui est elle-même au-dessus de  $C_1$

### Preuve :

Soit un réel  $x \geq 0$ .

On considère les points  $M_1(x; x)$ ,  $M_2(x; x^2)$  et  $M_3(x; x^3)$

### - Sur $[0;1]$ , on a :

### - Sur $[1;+\infty[$ , on a :