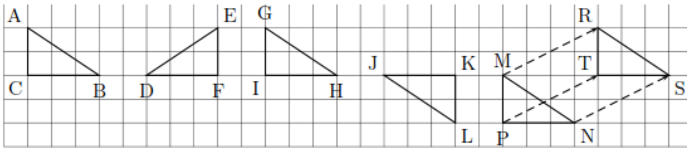
Translations et vecteurs

Ex 3-1 : Reconnaître une transformation



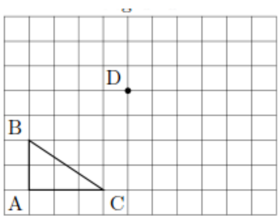
1) Le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une transformation. Laquelle?

2) Le triangle JKL est l'image du triangle GIH par une transformation. Laquelle?

3) Le triangle RST est l'image du triangle MNP par une transformation. Laquelle? Caractériser cette transformation.

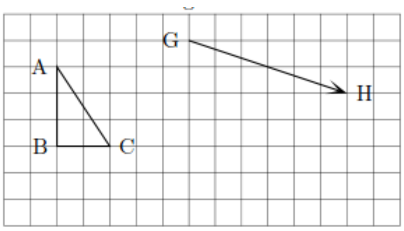
Ex 3-2 : Image d'un triangle

On translate le triangle ABC de façon à amener le point A sur le point D.
Tracer DEF l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

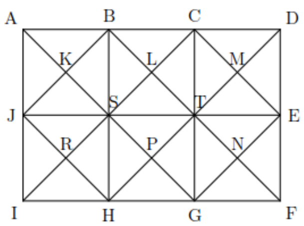


Ex 3-3 : Image d'un triangle

Tracer le triangle DEF, image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{GH}$.



Ex 3-4 : Image d'une figure



1) Quelle est l'image du triangle AJS par la translation de vecteur $\overrightarrow{AT}$?

2) Quelle est l'image du triangle STG par la translation de vecteur $\overrightarrow{JB}$?

3) Quelle est l'image du rectangle BDES par la translation de vecteur $\overrightarrow{BJ}$?

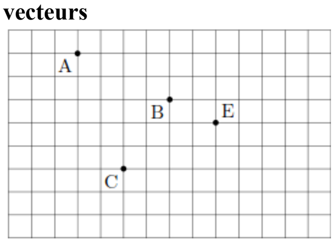
4) Quelle est l'image du triangle TNG par la translation de $\overrightarrow{SB}$?

Égalité de deux vecteurs

Ex 3-5 : Caractériser l'égalité de deux vecteurs

1) Tracer le point D image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$?

2) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC (le tracer) ?



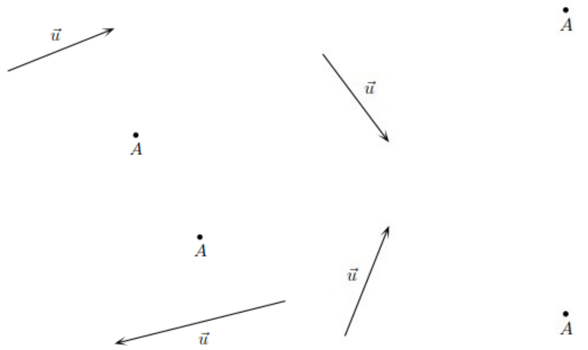
3) Que sait-on alors pour les segments [AD] et [BC] ?

4) Tracer le point F image du point E par la même translation.

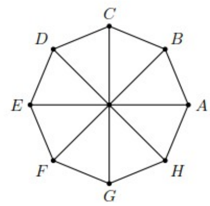
5) Que constate-t-on pour le milieu du segment [AF] et le milieu du segment [BE] ?

Ex 3-6 : Construction à la règle et au compas

Construire chaque fois, au compas, le point B tel que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$



Ex 3-7 : Vecteurs égaux et opposés



ABCDEFGH est un octogone régulier de centre O.

1) Compléter le tableau suivant par oui ou par non.

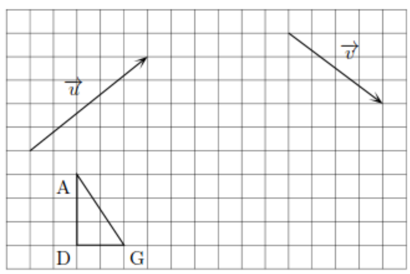
Les vecteurs	$\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{FD}$ et $\overrightarrow{HB}$	$\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{ED}$
ont la même direction				
ont le même sens				
ont la même longueur				
sont égaux				

2) Indiquer chaque fois si l'affirmation est vraie ou fausse.

- $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont égaux :
- $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés :
- $\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{OE}$ sont opposés :
- $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont de sens opposés :

Somme de vecteurs

Ex 3-8 : Découvrir la somme de vecteurs et la relation de Chasles



1) L'image du triangle ADG par la translation de vecteur $\vec{u}$ est le triangle BEH. Le tracer

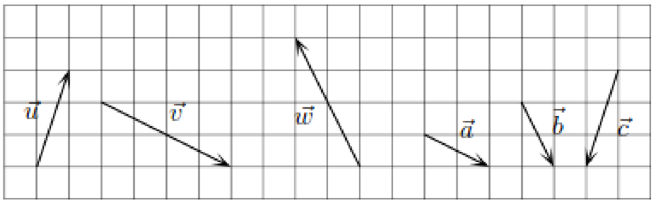
2) L'image du triangle BEH par la translation de vecteur $\vec{v}$ est le triangle CFI. Le tracer.

3) Tracer le vecteur $\vec{w}$ de la translation qui transforme directement ADG en CFI.
Ce vecteur $\vec{w}$ est **la somme des vecteurs** $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
On note : $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$

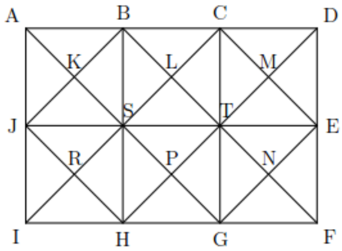
4) Tracer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$. On constate alors ce qu'on appelle **la relation de Chasles** : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

<u>Ex 3-9 :</u> Construire le vecteur somme

Placer un point sur le quadrillage, et à partir de ce point , construire les sommes : $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{u}+\vec{w}$, $\vec{v}+\vec{a}$, $\vec{w}+\vec{b}$, $\vec{u}+\vec{c}$
(Prendre un nouveau point à chaque fois)



<u>Ex 3-10 :</u> Compléter



$\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{BH}=$ … $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}=$ …

$\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{HT}=$ …

$\overrightarrow{HS}+\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{HS}+\overrightarrow{S...}=\overrightarrow{H...}$

$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BS}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{C...}=\overrightarrow{D...}$

$\overrightarrow{JS}+\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{JS}+\overrightarrow{S...}=\overrightarrow{J...}$ $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{G...}=\overrightarrow{F...}$

<u>Ex 3-11 :</u> Découvrir la construction du parallélogramme

1) Tracer un parallélogramme ABCD.

2) Compléter :

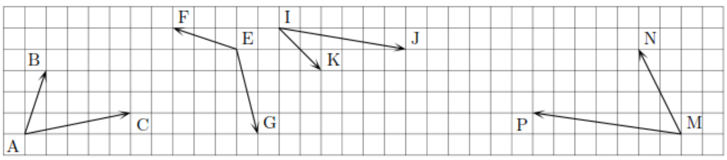
$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B...}=\overrightarrow{A...}$$

Cette construction est une deuxième méthode de construction de la somme de deux vecteurs, c'est la construction du parallélogramme.

<u>Ex 3-12 :</u> Construction du parallélogramme

En utilisant la construction du parallélogramme, construire les points D, H, L et R tels que :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EH}$, $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MR}$

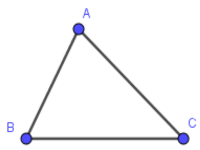


<u>Ex 3-13 :</u> Construction à la règle et au compas

Construire à la règle et au compas
les points D et E tels que :

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$



<u>Ex 3-14 :</u> Démonstration

1) Sur une feuille non quadrillée, tracer un parallélogramme ABCD de centre O.

2) Construire les points E et F tels que : $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OF}$

3) Quelle est la nature des quadrilatères OBEC et OCFD ? Justifier.

4) Que peut-on dire du point C par rapport au segment [EF] ?
Le démontrer.

<u>Ex 3-15 :</u> Manipuler des expressions de vecteurs

Soit A, B , C , D , E , F et G six points du plan.
1) Simplifier les expressions :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}=$ … $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DB}=$ …

$\overrightarrow{BG}-\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{BF}=$ …

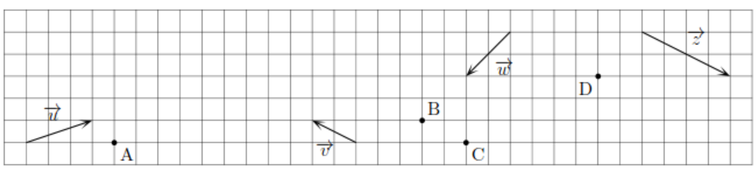
2) En choisissant des points judicieux, compléter :

$\overrightarrow{BE}$ + … = $\overrightarrow{BD}$ $\overrightarrow{BE}$ + $\overrightarrow{...F}$ = $\overrightarrow{B...}$

$\overrightarrow{B...}$ + $\overrightarrow{...A}$ = $\overrightarrow{BA}$ $\overrightarrow{BE}$ - $\overrightarrow{G...}$ = $\overrightarrow{B...}$

<u>Produit d'un vecteur par un nombre réel</u>

<u>Ex 3-16 :</u> Construction



1) À partir du point A, tracer le vecteur $2\vec{u}=\vec{u}+\vec{u}$

2) Tracer chaque fois le vecteur indiqué à partir du point indiqué.
a) Le vecteur $3\vec{v}$ à partir du point B
b) Le vecteur $-2\vec{w}$ à partir du point C
c) Le vecteur $1,5\vec{z}$ à partir du point D

Ex 3-17 :

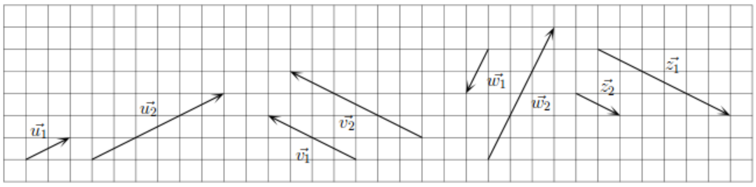
Déterminer chaque fois le nombre indiqué.

1) le nombre a tel que $a\vec{u}_1=\vec{u}_2$

2) le nombre b tel que $b\vec{v}_1=\vec{v}_2$

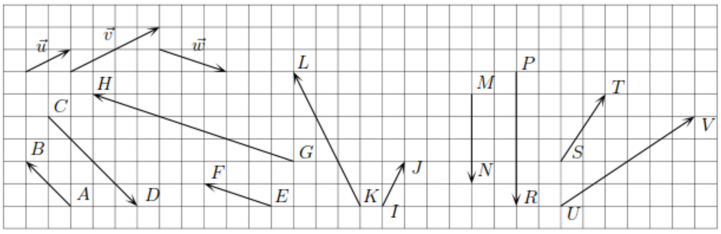
3) le nombre c tel que $c\vec{w}_1=\vec{w}_2$

4) le nombre d tel que $d\vec{z}_1=\vec{z}_2$



Vecteurs colinéaires

Ex 3-18 : Colinéaires ou non ?



1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ?

Si la réponse est oui, donner le nombre k tel que $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$ ou le nombre k' tel que $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$

2) Même question pour les vecteurs :

a) $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$

b) $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{KL}$

c) $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PR}$

d) $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{UV}$

Ex 3-19 : Droites parallèles ?

1) Tracer un triangle ABC.
Placer le milieu I de [AB] et le point D vérifiant $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$

2) Montrer que $\overrightarrow{IC}=-0,5\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que $\overrightarrow{BD}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

4) Que peut-on dire des droites (IC) et (BD) ?

Ex 3-20 : Droites parallèles ?

Soit un parallélogramme ABCD et les points E et F définis par
$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
1) Faire une figure.

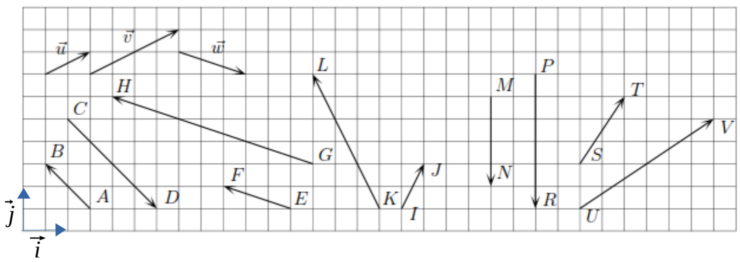
2) Montrer que $\overrightarrow{FC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

3) Les droites (AE) et (FC) sont-elles parallèles ?

Coordonnées de vecteurs

Ex 3-21 : Déterminer les coordonnées

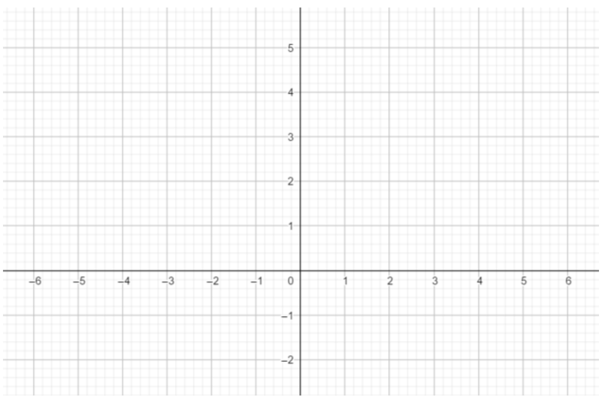
Dans la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$), indiquer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{KL}$, $\overrightarrow{PR}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{MN}$.



Ex 3-22 : Tracer un vecteur connaissant ses coordonnées

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tracer les vecteurs :

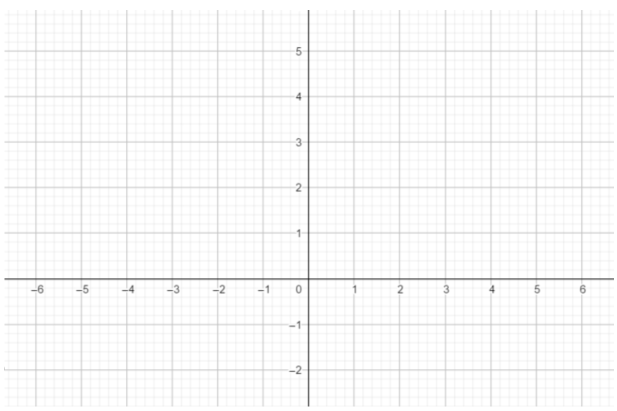
$$\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix},\ \vec{v}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix},\ \vec{t}\begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix},\ \vec{s}=3\vec{i}-5\vec{j}$$



Coordonnées de vecteurs et coordonnées de points

Ex 3-23 : Nature d'un quadrilatère

1) Tracer un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, placer les points A(−3;2), B(7;0), C(5;−4), D(−5;−2), puis tracer le quadrilatère ABCD.

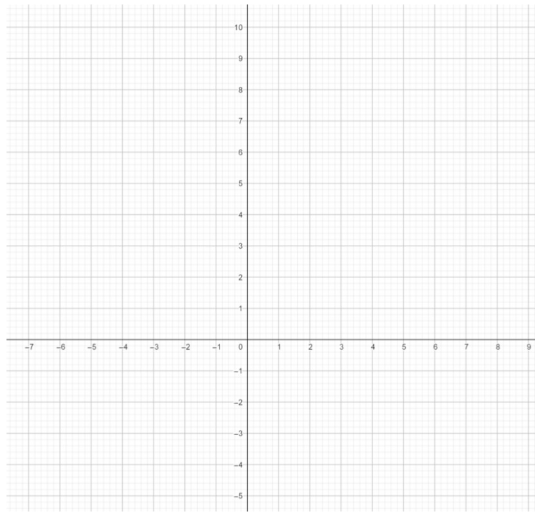


2)

3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Ex 3-24 : Déterminer les coordonnées d'un point

1) Tracer un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et placer les points A(6;2), B(8;−4), C(−4;3).

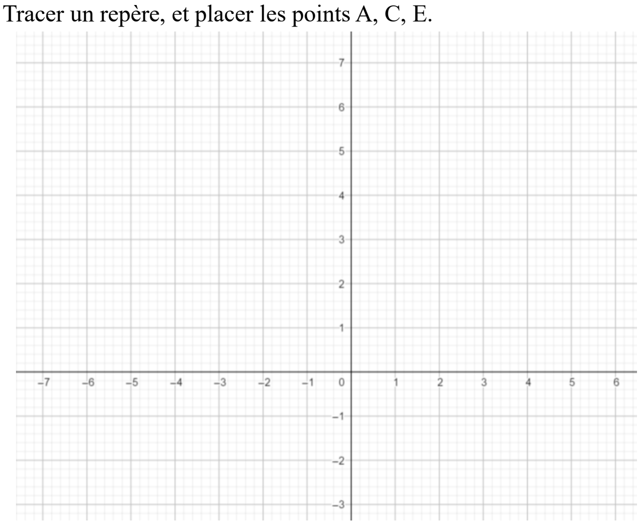


2) Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Tracer ce parallélogramme.
3) Calculer les coordonnées du point D.

Ex 3-25 : Déterminer les coordonnées d'un point

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A(−6;2), C(3;6) et E(2;−3), et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$.

1) Tracer un repère, et placer les points A, C, E.



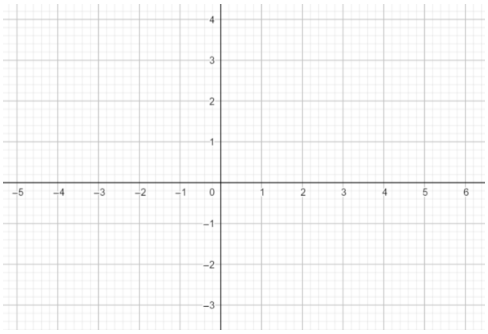
2) Placer les points B, D, F tels que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{v}$, $\overrightarrow{EF}=\vec{w}$.

3) Calculer les coordonnées des points B, D, F .

Coordonnées de la somme de vecteurs

Ex 3-26 : Déterminer des coordonnées

1) Tracer un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ et placer les points A(−2;−1), B(−4;3), C(1;−3), D(6;−2), E(3;−1)



2) On pose $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$. Tracer ces deux vecteurs.

3) Construire le point F tel que $\overrightarrow{EF}=\vec{u}+\vec{v}$

4) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{u}+\vec{v}$.

5) Calculer les coordonnées du point F.

Coordonnées du produit d’un vecteur par un nombre

Ex 3-27 : Calculs et coordonnées

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}5\\-7\end{pmatrix}$

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

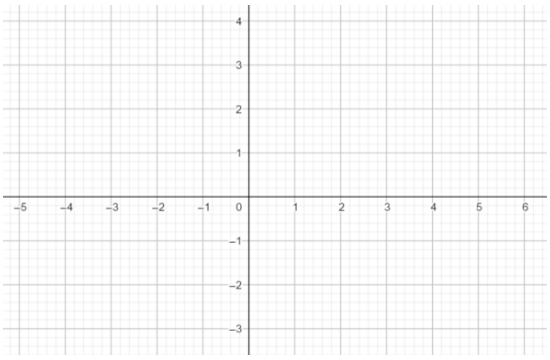
$2\vec{u}$ $\quad$ $3\vec{v}$ $\quad$ $-2\vec{w}$

$\vec{u}+\vec{v}$ $\quad$ $\vec{v}-\vec{w}$ $\quad$ $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

$-3\vec{u}-2\vec{v}+5\vec{w}$ $\quad$ $5\vec{v}-3\vec{w}$

Ex 3-28 : Vecteurs colinéaires

1) Tracer un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ et placer les points A(1;2), B(5;1), C(6;−3), D(−2;−1).



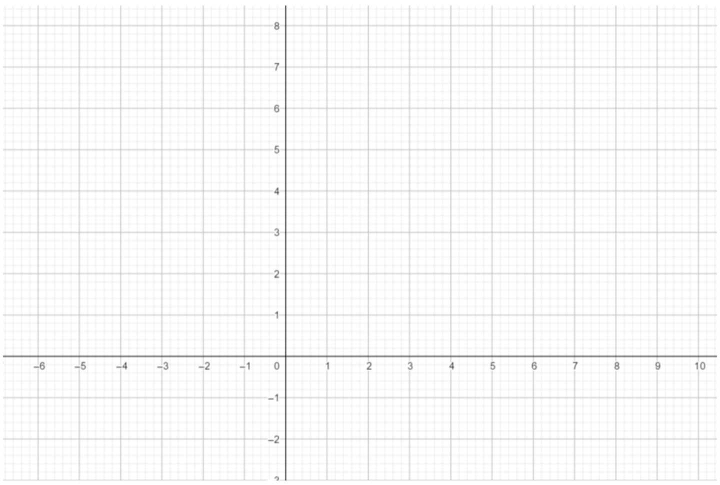
2) Tracer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ et calculer leurs coordonnées.

3) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont-ils colinéaires ? Justifier par un calcul.

4) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Ex 3-29 : Points alignés

1) Tracer un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ et placer les points A(1;2), B(4;4), C(10;8), D(−4;−1).



2) Tracer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et calculer leurs coordonnées.

3) Les points A, B, C sont-ils alignés ? Justifier avec des vecteurs colinéaires ou non.

4) Les points A, B, D sont-ils alignés ? Justifier avec des vecteurs colinéaires ou non.

<u>Ex 3-30 :</u> Position relative de deux droites

Soit dans une repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, les points A(2,-8), B(-5,6), C(-16,23), D(5,-19), E(-4;4), F(52;12), G(26;19), H(13;20,5) et I(0;5)

1) Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?

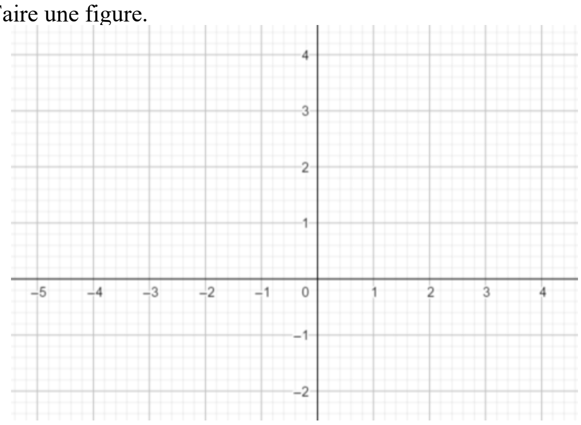
2) Les points A, B et E sont-ils alignés ?

3) Les droites (FG) et (HI) sont-elles parallèles ?

<u>Sur l'ensemble du chapitre</u>

<u>Ex 3-31 :</u> Symétrie centrale

Soit dans une repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ les points , A(2;3), B(3;-1) et C(-1;1) .
La symétrie centrale de centre C transforme A en A' et B en B'.
1) Faire une figure.



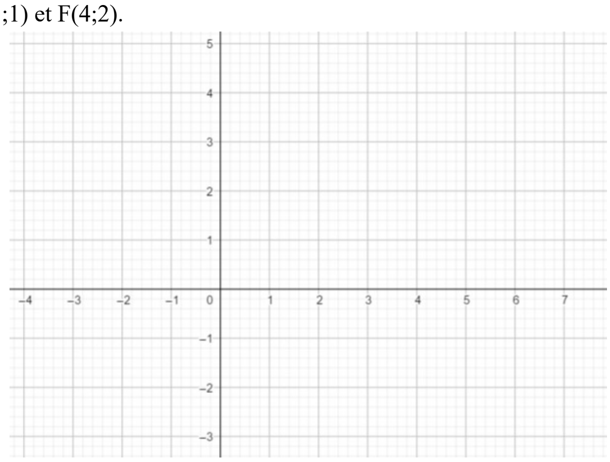
2) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3) Calculer les coordonnées des points A' et B'.

4) Que peut-on dire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$

<u>Ex 3-32 :</u> Homothétie

Soit dans une repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ les points , A(4;3), B(6;1), C(3;-1), D(1;1) et F(4;2).



Les points A', B', C' et D' sont les images respectives des points A, B, C et D par l'homothétie de centre F et de rapport $\lambda=1,5$.
1) Faire une figure.
2) Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

3) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{A'B'}$ et $\overrightarrow{D'C'}$.

4) En déduire la nature du quadrilatère A'B'C'D'

Ex 3-33 : Vecteurs colinéaires et déterminant

Soit un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Dire dans chaque cas si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\-4\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{5}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\\sqrt{5}+1\end{pmatrix}$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}k-1\\k^2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\k+1\end{pmatrix}$

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}k+1\\k\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}k-1\\-k\end{pmatrix}$

2) Déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}k\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}k\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\\frac{11}{5}\end{pmatrix}$

Ex 3-34 : Quelques équations

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2+x\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4+y\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\-4-x\end{pmatrix}$ où x et y sont des réels.

1) Déterminer x et y pour que :

a) $\vec{u}=\vec{v}$

b) $3\vec{u}-5\vec{v}=\vec{0}$

2) Pour quelle valeur de x , $\vec{w}$ est-il colinéaire avec $\vec{n}\begin{pmatrix}8\\-2\end{pmatrix}$?

3) On considère les points A(-3;3), B(1;-2+x) et C(5;4)
Déterminer le réel x pour que les points A, B et C soient alignés.

Algorithme – Python

Ex 3-35 : Comprendre un programme

On considère le programme écrit en Python ci-dessous.

```
def coord(xM,yM,xN,yN):
    x=xM-xN
    y=yM-yN
    return(x,y)

AB=[coord(1,-3,3,4)]
CD=[coord(-1,3,-3,5)]
if (AB==CD):
    print('les vecteurs sont égaux')
else:
    print('les vecteurs ne sont pas égaux')
```

1) De quel type sont les variables AB et CD ?

2) Qu'affiche ce programme ?

3) Modifier la ligne AB=[coord(… , … ,3,4)] pour que le programme affiche 'les vecteurs sont égaux'.

Ex 3-36 : Vecteurs colinéaires – droites sécantes

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\b'\end{pmatrix}$.

1) Rappeler la condition analytique de colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vue dans le cours.

2) Écrire un algorithme déterminant la colinéarité ou non de deux vecteurs . Les données seront les coordonnées de chacun des deux vecteurs.

3) Soit deux droites (AB) et (CD) , toutes deux déterminées par deux points distincts. Compléter le programme ci-dessous pour déterminer si ces deux droites sont sécantes.
Les données seront les coordonnées de quatre points.

```
def paralleles(xu,yu,xv,yv):
    if (xu*yv-xv*yu==0):
        print("les droites ……………………… ")
    else:
        print("les droites ……………………… ")

xA,yA=float(input("xA=")),float(input("yA="))
xB,yB=float(input("xB=")),float(input("yB="))
xC,yC=float(input("xC=")),float(input("yC="))
xD,yD=float(input("xD=")),float(input("yD="))
    paralleles(………, ………, ………, ………)
```