

**Les différentes formes d'une expression algébrique****Ex 2-1 : Somme ou produit**

Indiquer pour chaque expression s'il s'agit d'une somme ou d'un produit :

1)  $(x-2)(x-3)$

2)  $(x-3)^2$

3)  $x(x+2)$

4)  $2x^2-5$

5)  $(x-2)(x-3)+8$

6)  $2x^2-5x+6$

**Ex 2-2 : Forme développée ou factorisée**

Parmi les expressions suivantes, reconnaître les formes développées et les formes factorisées :

1)  $(x-7)(x+6)$

2)  $(x-2)(x-3)+8$

3)  $2x^2-5x+6$

4)  $x^3(2-x)$

5)  $(x-7)^4$

6)  $4x-5$

**Ex 2-3 : Développement**

Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A=3x(x-5)$$

$$B=3(2x+2)^2$$

$$C=(4x-4)(3x-8)$$

$$D=(x-2)(x+2)$$

$$E=x(x+5)+8(x-3)$$

$$F=a+2(a-5)+5(3-2a)$$

**Ex 2-4 : Factorisation**

Factoriser les expressions suivantes :

$$A=x(x-1)+2x(x-3)$$

$$B=x^3-12x^2$$

$$C=(5x+1)(-2x+3)+x(10x+2)$$

$$D=3a^3b^2-27a^5b^7$$

$$E=(x-5)(x+2)-3x(x-5)$$

$$F=(4x-3)(x+2)+(3-4x)x$$

$$G=105x^3y^7+45x^3y^6$$

**Identities remarquables****Ex 2-5 : Développement**

Développer et réduire les expressions ci-dessous :

1)  $(x-2y)^2$

2)  $(2x+y)^2$

3)  $(a-b)^2+(2a-5b)^2$

4)  $(3x-4y)(3x+4y)$

5)  $(\sqrt{2}-\sqrt{7x})(\sqrt{2}+\sqrt{7x})$

6)  $\left(\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}\right)^2$

**Ex 2-6 : Factorisation**

Factoriser les expressions ci-dessous :

1)  $x^2-4x+4$

2)  $4y^2-12y+9$

3)  $16a^2-80a+100$

4)  $5x^2-7y^2$

5)  $(x-y)^2-(2x-4y)^2$

6)  $x^2-\frac{17}{2}x+\frac{289}{16}$

7)  $\left(\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{5}{6}x-\frac{1}{6}\right)^2$

**Ex 2-7 : Calcul mental**

Calculer mentalement :

$99^2$

$102^2$

$11^2-10^2$

$38^2-37^2$

**Ex 2-8 : Défi**

Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 8x-16$

**Ex 2-9 : Pour aller plus loin**

1) Développer  $(a+b+c)^2$

2) Développer  $(a+b)^3$

**Écriture fractionnaire**

**Ex 2-10 : Forme irréductible**

Écrire sous forme irréductible le nombre suivant :  $A = \frac{\frac{4}{5} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{4}{7}}$

**Ex 2-11 : Quotient unique**

Écrire chacune des expressions ci-dessous sous la forme d'un quotient unique :

1)  $\frac{4x}{9} + \frac{2x+3}{7}$

2)  $\frac{3}{x} + \frac{2x-5}{2}$  ( $x \neq 0$ )

3)  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$  ( $x \neq 0$ )

4)  $\frac{4}{x} + \frac{x-2}{3x}$  ( $x \neq 0$ )

$$5) \frac{2}{x-1} + \frac{x}{x+1} \quad (x \neq -1 \text{ et } x \neq 1)$$

$$6) \frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8} \quad (x \neq 4)$$

$$7) \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

$$8) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \quad (x, y \text{ et } z \text{ non nuls})$$

**Ex 2-12 : Simplification**

Simplifier au maximum chaque expression :

$$1) \frac{x(2x+1)}{2x(4x+8)} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -2)$$

$$2) \frac{(x-3)^2(4x-5)}{x-3} \quad (x \neq 3)$$

$$3) \frac{5x^2+9x}{x^2+3x} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -3)$$

$$4) \left( \frac{x(x-1)}{x^2+3x} \right)^2 \frac{x+3}{x-1} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -3 \text{ et } x \neq 1)$$

$$5) \frac{\frac{(x+2)^2}{(x-3)^3}}{\frac{(x+2)^3}{x-3}} \quad (x \neq 3 \text{ et } x \neq -2)$$

**Ex 2-13 : Simplification**Pour tout  $x \neq 2$ , on pose  $A(x) = \frac{3x^3 - 5x^2 - x - 2}{x-2}$ 1) Développer  $(x-2)(3x^2+x+1)$ 2) Simplifier  $A(x)$ 3) Calculer mentalement  $A(-3)$ **Puissances****Ex 2-14 : Puissance de 2**Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $2^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$1) \frac{2^7 2^{-3}}{2^8}$$

$$2) \left( \frac{2^7}{2^{-3}} \right)^4$$

$$3) 1024^{45}$$

$$4) \frac{2^{-8}}{64}$$

**Ex 2-15 : Puissance de 3**Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $3^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$1) 81 \times \left( \frac{1}{3} \right)^{-5}$$

$$2) \frac{27^8 \times 3^8}{9^5}$$

3)  $10 \times 3^{12} - 3^{14}$

**Ex 2-16 : Puissance de  $a$** Soit  $a \in \mathbb{R}^*$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $a^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

1)  $(a^{n+2})^3$

2)  $\frac{a^5}{(a^3)^n}$

3)  $\left(\frac{1}{a}\right)^{2n} \times a^2$

4)  $\frac{(a \times a^n)^2}{a^{3n}}$

**Ex 2-17 : Écriture scientifique**

Écrire les nombres ci-dessous sous forme scientifique :

A=0,0452

B=12478

C=  $\frac{((-7)^3 \times (-10)^{-8})^5}{(-7^2 \times 10^4)^7}$

**Ex 2-18 : Algorithme - Python**Soit  $a \in ]1; +\infty[$  et  $c \in \mathbb{R}$ .1) Compléter la fonction PuisMin suivante écrite en Python, afin qu'elle renvoie le plus petit entier naturel  $n$  vérifiant  $a^n > c$ .

1	def PuisMin(a,c) :
2	n=0
3	while ... :
4	n= ...
5	return ...

2) Quelle est la valeur renvoyée pour  $a=3,7$  et  $c=30000$ **Racines carrées****Ex 2-19 : Simplification**Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $b$  est le plus petit entier possible.

1)  $\sqrt{32}$

2)  $\sqrt{72}$

3)  $\sqrt{500}$

4)  $\sqrt{147}$

5)  $\sqrt{\frac{48}{121}}$

6)  $\sqrt{\frac{99}{25}}$

7)  $\sqrt{\frac{5}{36}} + 3\sqrt{\frac{20}{9}}$

8)  $\sqrt{\frac{3}{8}} \times \sqrt{\frac{14}{3}}$

9)  $5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$

10)  $3\sqrt{18} + 2\sqrt{16} - 5\sqrt{81}$

**Ex 2-20 : Racine carrée au dénominateur**

Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

2)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$

$$3) \frac{3}{5-\sqrt{5}}$$

$$4) \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+1}$$

**Ex 2-21 : Simplification**

Développer et simplifier les expressions ci-dessous :

$$1) \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$2) 7\sqrt{2}(5\sqrt{2}-9\sqrt{18})$$

$$3) \sqrt{2}(\sqrt{6}-2)$$

$$4) \sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{10})^2-10\sqrt{6}}$$

$$5) (\sqrt{5+\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}})^2$$

**Ex 2-22 : Démonstration :**  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$  et  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ .

1) Calculer  $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$  et en déduire que  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$  (1)

2) En utilisant l'égalité (1), montrer que si  $a \neq 0$ ,  $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$  (2)

3) En utilisant les égalités (1) et (2), montrer que si  $b \neq 0$ ,  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

**Ex 2-23 : Démonstration :**  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ .

En calculant  $(\sqrt{a+b})^2$  et  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ , montrer que  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

**Ex 2-24 : Moyenne géométrique et moyenne arithmétique**

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ . Montrer que  $\sqrt{a \times b} \leq \frac{a+b}{2}$

$\sqrt{a \times b}$  et  $\frac{a+b}{2}$  sont appelés respectivement moyenne géométrique et moyenne arithmétique de  $a$  et  $b$ .

**Ex 2-25 : Nombres égaux ?**

Les nombres  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  et  $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$  sont-ils égaux ?

**Ex 2-26 : Volume d'un cylindre**

Le volume d'un cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $r$  est donné par  $V = \pi r^2 h$ .

1) Exprimer  $h$  en fonction de  $V$  et  $r$ .

2) Exprimer  $r$  en fonction de  $V$  et  $h$ .

3) Déterminer le rayon d'un cylindre de hauteur 5 cm et de volume 50  $\text{cm}^3$

**Ex 2-27 : Solide lâché**

Un solide lâché à une altitude  $h$  (en mètres) atteint le sol au bout d'une durée  $t$  (en secondes).

Si on néglige les frottements de l'air, on a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  où  $g \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$ .

1) Exprimer  $h$  en fonction de  $t$  et  $g$ .

2) Le solide a mis 10 s pour toucher le sol. À quelle altitude a-t-il été lâché ?