

Ex 14-1 : Imaginer un échantillon

Amine possède un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4.
On s'intéresse à la sortie du nombre 3.



1) Imaginer un échantillon de taille 50 puis compléter le tableau suivant qui résume l'échantillon :

Issue				
Effectif				

2) Proposer un tableau qui pourrait résumer un échantillon de taille 500 de l'expérience du lancer de dé, qui selon vous, est raisonnable.

Issue				
Effectif				

3) Proposer un autre tableau qui pourrait résumer un échantillon de taille 500 de l'expérience du lancer de dé, qui selon vous, est très improbable. Expliquer pourquoi.

Issue				
Effectif				

Ex 14-2 : Avec ou sans remise

Une urne contient 80 boules : 30 blanches et 50 noires.

On considère les deux expériences suivantes :

Expérience 1 :

On tire successivement et sans remise 10 boules de cette urne.
On s'intéresse au nombre de boules noires.



Expérience 2 : On tire successivement et avec remise 10 boules de cette urne.
On s'intéresse au nombre de boules noires.

Quelle expérience permet d'obtenir un échantillon de taille 10 ?

Ex 14-3 : Vrai ou faux

1) Je lance quatre fois un dé et je note la fréquence d'apparition du 6. Cette fréquence est la probabilité d'obtenir 6.

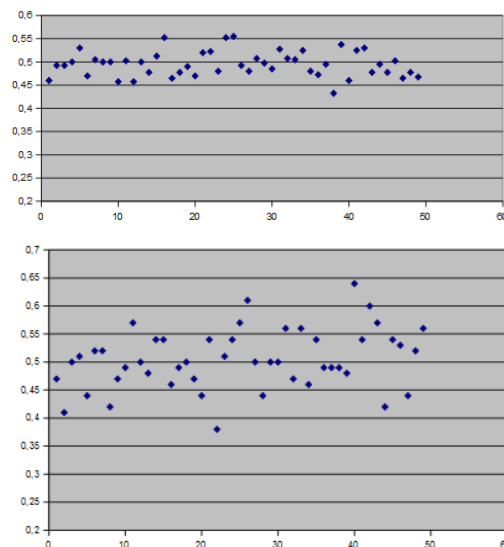
2) Je lance dix mille fois un dé et je note la fréquence d'apparition du 6. Cette fréquence est très proche de la probabilité d'obtenir un 6.

3) Je lance n fois un dé . La distance entre la fréquence d'apparition du 6 et la probabilité d'obtenir 6 est toujours inférieure à $\frac{1}{2}$ pour tout $n > 1$.

Ex 14-4 : Taille 100 ou taille 400

On a représenté les fréquences d'un caractère sur 50 échantillons de taille 100 et de taille 400.

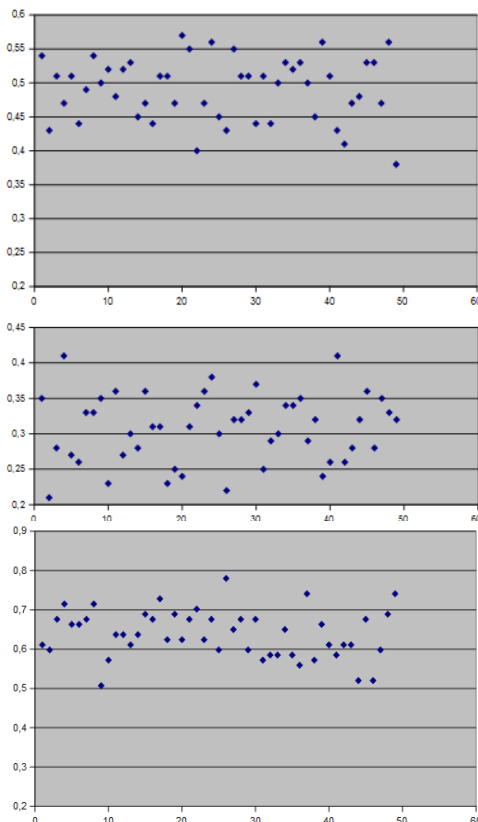
1) Quel est le graphique qui représente les 50 fréquences sur des échantillons de taille 400 ?



2) Estimer la proportion p du caractère dans la population.

Ex 14-5 : Trouver la bonne représentation

Parmi les graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente 50 fréquences de « face » obtenues sur des échantillons de 100 lancers d'une pièce truquée (favorable à face) ?

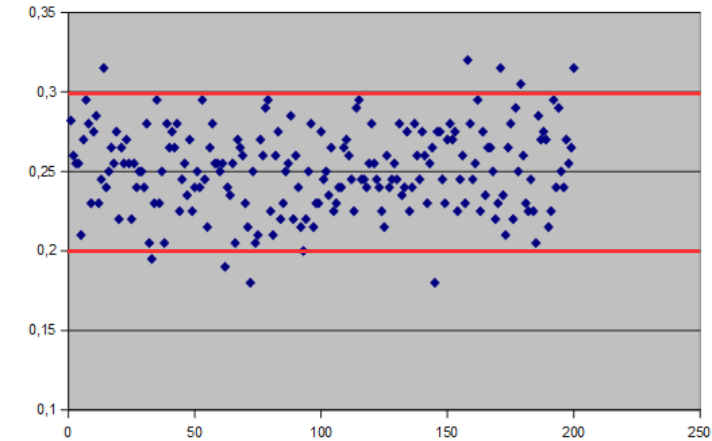


Ex 14-6 : Intervalle de fluctuation

Un institut de sondage souhaite interroger un échantillon aléatoire de 400 personnes dans une population où la proportion de personnes de moins de 20 ans est 25 %.

1) Calculer les bornes de l'intervalle $I=\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$

2) On donne dans le graphique ci-dessous les fréquences d'individus de moins de 20 ans sur 200 échantillons simulés de 400 personnes.



Quelle proportion des 200 fréquences est hors de l'intervalle I.

3) L'institut estime que si la fréquence des moins de 25 ans parmi les 400 personnes interrogées est hors de l'intervalle I, alors l'échantillon n'est pas représentatif et doit être rejeté.
Estimer la probabilité que l'échantillon réalisé par l'institut de sondage ne soit pas représentatif.

Ex 14-7 : Distance entre fréquence obtenue et fréquence théorique

On a lancé plusieurs simulations d'un lancer de dé non truqué et on a obtenu les résultats suivants :

Nombres de lancers	1000	2000	5000	10000
Nombre de 6	195	381	841	1664
Fréquence				
Distance				

1) Calculer les fréquences d'apparition du 6 pour chaque échantillon.

2) Quelle est la proportion théorique du résultat ?

3) Calculer la distance (arrondie à 0,0001 près) entre la fréquence obtenue et la fréquence théorique dans chaque cas.

4) Quel phénomène a-t-on mis en évidence ?

Ex 14-8 : Fonctions

1) Tracer sur la calculatrice les courbes représentatives des deux fonctions ci-dessous sur l'intervalle $]0;10000]$

$$f(x)=0,4+\frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{et} \quad g(x)=0,4-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

2) Quel phénomène est mis en évidence ?

Ex 14-9 : Feu de circulation

Le maire d'une ville vient d'installer un feu rouge sur l'artère principale et demande que le feu soit réglé de la manière suivante :

Couleur	Rouge	Orange	Vert
Durée	20s	5s	35s

Il observe ensuite pendant une journée la couleur du feu lorsqu'une voiture arrive.

Il obtient le tableau ci-dessous :

Couleur	Rouge	Orange	Vert
Nombre	264	65	431

1) Calculer la proportion de temps p de couleur verte sur un cycle.



2) Calculer la fréquence de voitures passées au vert.

3) On fait l'hypothèse que le feu vert est bien réglé.

a) Déterminer l'intervalle $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

b) Commenter le réglage du feu.

Ex 14-10 : Amplitude de l'intervalle de fluctuation

On lance 100 fois une pièce de monnaie équilibrée.

1) Déterminer l'amplitude de l'intervalle $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

2) Comment diviser par 2 l'amplitude de l'intervalle ?

3) Comment faire en sorte que l'intervalle ait une amplitude inférieure à 0,01 ?

Estimer une probabilité ou une proportion

On admet que pour 95 % des échantillons de taille n la distance entre la fréquence f observée et la proportion (ou probabilité) p cherchée est inférieure ou égale à $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Ce qui signifie qu'on peut dire avec une marge d'erreur de 5 % que $p \in \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

Ex 14-11 : Estimer un achat

En septembre 2019, un sondage réalisé auprès de 1297 joueurs, révèle que 26 % des sondés achèteront la console SuperConsole19 à sa sortie.

Dans quelle fourchette peut-on estimer, avec une marge d'erreur de 5 %, le pourcentage de joueurs qui feront l'acquisition de la console SC17.



Ex 14-12 : Sondage

Avant les élections, un candidat M.Mocran commande un sondage auprès de 500 personnes.

D'après ce sondage, son adversaire obtiendrait un score de 48 %.

1) Quel intervalle contenant p peut-on proposer ?

2) M.Mocran peut-il fêter prématurément sa victoire ?

3) Si non, quelle taille d'échantillon minimale aurait-il dû prendre pour être rassuré.

Ex 14-13 : Algorithme - Python

On veut savoir si une pièce de monnaie est truquée. Pour cela, on la lance N fois ($N \geq 25$) et on s'intéresse à la fréquence d'apparition du côté « pile » de la pièce.

1) On fait l'hypothèse que la pièce n'est pas truquée.

Déterminer l'intervalle $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{N}}; p + \frac{1}{\sqrt{N}} \right]$ de la fréquence de « pile » dans les échantillons de taille N .

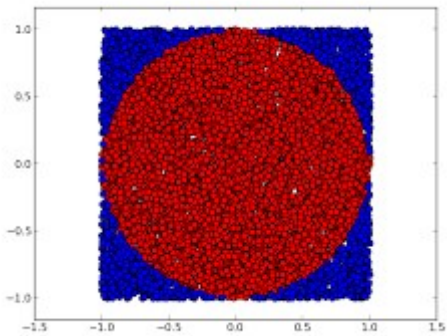
2) Sur N lancers, le nombre de « pile » obtenu est n .

On souhaite que la fonction Piece_truquee, écrite en python ci-dessous, donne une règle (au seuil de 95 %) pour décider si une pièce de monnaie est truquée ou non.

Compléter la fonction ci-dessous écrite en Python :

```
1 from math import ....
2 def Piece_truquee(n,N):
3     a=....
4     b=....
5     f=n/N
6     if (.....):
7         print("La pièce semble non truquée avec une marge d’erreur de 5 %")
8     else:
9         print("La pièce semble truquée avec une marge d’erreur de 5 %")
```

Ex 14-14 : Méthode de Monte Carlo – utilisation d'un tableur



On tire des fléchettes de façon aléatoire dans une cible carrée contenant un cercle de rayon 1 . On suppose qu'on atteint toujours la cible. On simule le lancer d'une fléchette.

	A	B	C	D	E	F	G
1	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
2							
3							
4	Tirage	Abscisse	Ordonnée	Distance à 0	Dans le disque	Nombre de tirs	Fréquence
5							
6							

- 1) a) Mettre les numéros des tirages de 1 à 10000 dans les cellules A5 à A10004
- b) L'abscisse du point d'impact de la fléchette est un nombre réel aléatoire entre -1 et 1. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule B5 ?
- c) Effectuer la même opération pour l'ordonnée en C5.

d) Trouver la formule de la cellule D5 qui permet d'afficher la distance d entre l'origine et le point d'impact.

2) a) Si la distance d est inférieure à 1, où se trouve le point d'impact ? Si $d \leq 1$, faire inscrire « 1 » dans la cellule E5 . Effectuer le total de tirs dans le disque dans la cellule F5.

b) Calculer la fréquence de tirs dans le disque en cellule G5.

3) a) En cellule A2 coller avec liaison la fréquence obtenue après 4000 tirs ; en B2, après 5000 tirs jusqu'en G2 après 10000 tirs.

b) Sélectionner la plage G5:G10004 puis, à l'aide de l'assistant graphique, représenter les fréquences cumulées de tirs dans le disque en fonction du nombre de tirs.

c) On suppose que la probabilité d'atteindre une surface est proportionnelle à l'aire de la surface.

Quelle est la probabilité d'atteindre le disque dans le carré ?

Que permet de « calculer » cette simulation ?