FONCTIONS NUMÉRIQUES D'UNE VARIABLE RÉELLE

1) NOTION DE FONCTION

Définition :

Soit D_f un ensemble de nombre.
On appelle **fonction** f sur l'ensemble D_f le procédé mathématique qui permet d'associer à tout nombre x de D_f un réel unique noté $f(x)$.
On note $f : x \longmapsto f(x)$ (*lire :* « fonction f qui à tout x associe le nombre $f(x)$ »)

Vocabulaire :

Remarques :

- x ne représente pas un réel donné, mais n'importe le quel des éléments de l'intervalle D_f. On dit que x est une variable. (On peut aussi utiliser les lettres u , t , etc)
- On a appelé la fonction f , mais rien ne nous oblige à l'appeler ainsi . (On utilise souvent les lettres g , h , etc ou f_1 , f_2 ...)

Exemple :
Sur l'intervalle [-2 ; 2], on considère la fonction f définie par $f : x \longmapsto (x-1)^2 - 3$

$f(0) =$

Attention : $f(0)$ ne signifie pas $f \times 0$

On peut dresser un tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

Remarques :

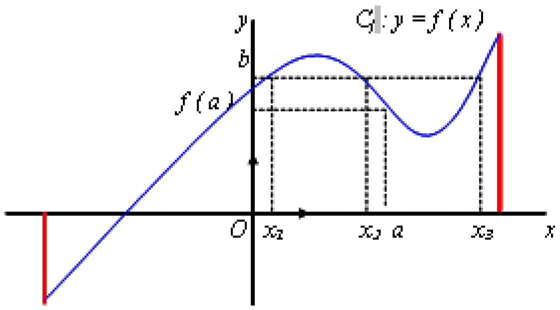
- Si un nombre n'a pas d'image, c'est qu'il n'appartient pas à l'ensemble de définition de la fonction.
- Dans la pratique, les fonctions sont souvent données sans que soit précisé l'ensemble de définition. Dans ce cas, il ne faut pas oublier de chercher D_f en se rappelant qu'il s'agit de tous les réels x tels que $f(x)$ soit "calculable".

2) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

On considère le repère (O , I , J).

Définition :

On appelle **représentation graphique (ou courbe représentative) d'une fonction** f l'ensemble des points de coordonnées (x ; $f(x)$) où x appartient à l'ensemble de définition .



On note, le plus souvent, C_f la courbe représentative de f .

On dit que la courbe C_f a pour équation cartésienne $y = f(x)$ relativement au repère (O , I , J).

Remarques :

- On a déjà insisté sur le fait que pour tout réel x de D_f , $f(x)$ est unique.

  On en déduit une interprétation géométrique : toute droite parallèle à l'axe des ordonnées coupe la courbe représentative d'une fonction en au plus un point . Ceci est un moyen simple pour savoir si une courbe représente ou non une fonction …

- $f(a)$ est l'unique image de a .

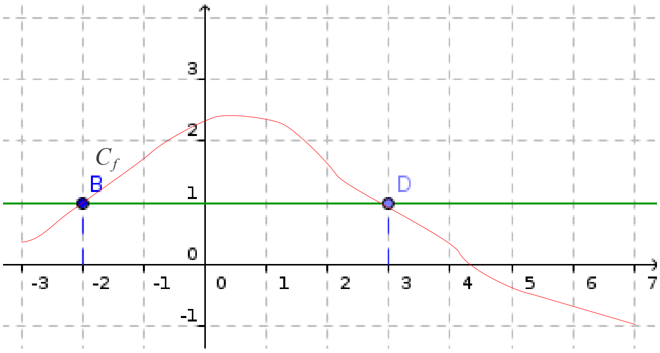
- x_1 , x_2 et x_3 sont les antécédents de b.

- Un réel peut admettre aucun antécédent, ou un, ou plusieurs antécédents.

3) RÉSOLUTIONS GRAPHIQUES

A) $f(x) = b$ - $f(x) > b$

On a représenté la courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;7]$.

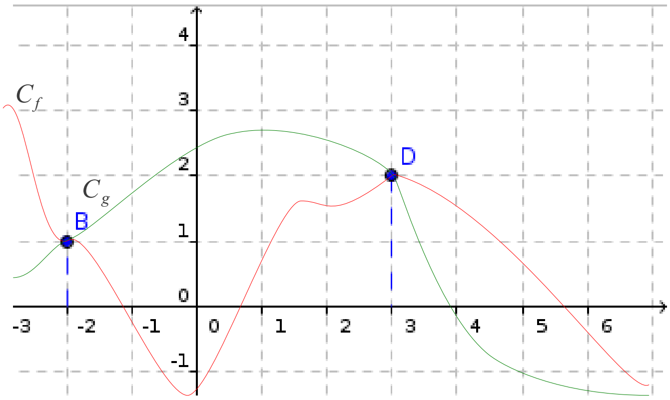


Résolution d'une équation :

Résolution d'une inéquation :

B) $f(x) = g(x)$ - $f(x) > g(x)$

On a représenté les courbe C_f et C_g représentant deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3\,;7]$.

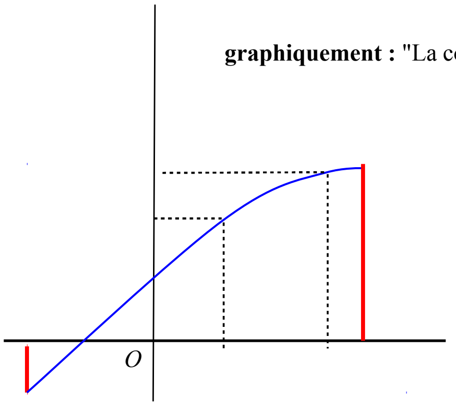


Résolution d'une équation :

Résolution d'une inéquation :

4) SENS DE VARIATIONS

graphiquement : "La courbe monte"



Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

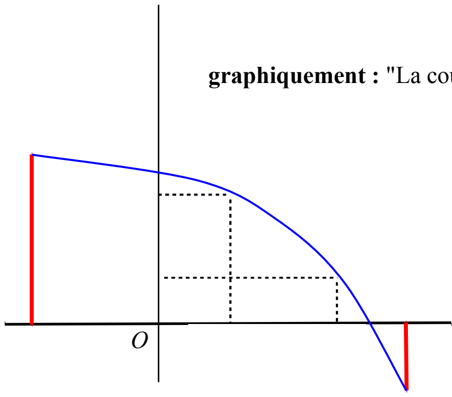
On dit que f est **croissante** (respectivement **strictement croissante**) sur I ,

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

On dit que f est **décroissante** (respectivement strictement décroissante) sur I ,

graphiquement : "La courbe descend"



Remarques :

- f est **monotone** (resp. **strictement monotone**) sur I , lorsque f est soit croissante (respectivement strictement) sur I , soit décroissante (respectivement strictement) sur I .
- On ne parle de croissance ou de décroissance que sur un intervalle.
- Etudier les variations d'une fonction, c'est préciser les intervalles sur lesquels la fonction est monotone.
  On résume ces résultats dans un tableau appelé **tableau de variations**.

Exemple :

La fonction $f: x \longmapsto (x-1)^2 - 3$ définie sur [-2; 2] est strictement décroissante sur [-2;1] et strictement croissante sur [1;2].

x	
f	

5) EXTREMUM

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , x_m et x_M deux réels de I .
On dit que :

- f admet **un minimum** sur I en x_m , si pour tout réel x de I ,
- f admet **un maximum** sur I en x_M , si pour tout réel x de I ,

Exemple :

Pour la fonction $f: x \longmapsto (x-1)^2 - 3$,