Fonction inverse

Ex 1 : ***Images, antécédents***

Répondre aux questions ci-dessous en donnant les valeurs exactes.

1) Par la fonction inverse, quelle est l'image de :

a) 3 b) $\frac{3}{4}$ c) -10 d) $-0,5$ e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

2) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'image . Le quel ?

3) Par la fonction inverse, quel est l'antécédent de :

a) 3 b) $\frac{3}{4}$ c) -10 d) $-0,5$ e) 10^7 f) 10^{-3} g) 5^{-2}

4) Par la fonction inverse, un seul nombre n'a pas d'antécédent. Lequel ?

Ex 2 : ***Points sur courbe***

Dire si les points suivants appartiennent à la courbe représentative de la fonction inverse :

$A(-1;-1)$ $B(1;0)$ $C(0;1)$ $D(2;0,2)$ $E\left(-6;-\frac{1}{6}\right)$ $F(0,1;10)$

Ex 3 : ***Équations***

Donner les solutions exactes des équations suivantes :

a) $\frac{1}{x}=5$ b) $\frac{1}{x}=-\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{x}=2,7$ d) $\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ex 4 : ***Minimum, maximum***

Sur l'intervalle $[0;+\infty[$, la fonction inverse

1) admet-elle un minimum ? 2) admet-elle un maximum ?

Ex 5 : ***Inégalités, variations***

1) a) Compléter par le signe < ou > sans effectuer de calcul :

5,3 … 6 donc $\frac{1}{5,3}$ … $\frac{1}{6}$

b) Citer la propriété de la fonction inverse utilisée ci-dessus, en précisant l'intervalle.

2) a) Compléter par le signe < ou > sans effectuer de calcul :

-9 … -8 donc $\frac{1}{-9}$ … $\frac{1}{-8}$

b) Citer la propriété de la fonction inverse utilisée ci-dessus, en précisant l'intervalle.

3) a) Compléter par le signe < ou > :

-3 … 5 ; $\frac{1}{-3}$ … $\frac{1}{5}$

b) Peut-on dire que la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$

Ex 6 : ***Inégalités, variations***

Soit x , y et z trois nombres réels tels que $x<y<z<0$.
Classer les inverses de x , y et z .

Ex 7 : ***Inégalités, variations***

Dans chaque cas, compléter par le signe < ou > sans effectuer de calcul.

$\frac{1}{15}$ … $\frac{1}{15,3}$	$\frac{1}{6,4}$ … $\frac{1}{6,41}$	$\frac{1}{-8}$ … $\frac{1}{-8,1}$
$\frac{1}{-0,41}$ … $\frac{1}{-0,5}$	$\frac{1}{2+\sqrt{5}}$ … $\frac{1}{2+\sqrt{4}}$	$\frac{1}{\pi}$ … $\frac{1}{3,14}$

Fonctions avec la variable au dénominateur

Définition :

Soit a,b,c et d quatre nombres réels avec c et $ad-bc$ non nuls.
On appelle **fonction homographique**, toute fonction qui à tout réel $x\neq-\frac{d}{c}$, associe le réel $\frac{ax+b}{cx+d}$.
Dans un repère orthogonal (O,I,J) , la courbe représentative d'une fonction homographique est appelée **hyperbole**.

Si $ad-bc=0$, la fonction étudiée est constante.
La fonction inverse est un cas particulier de cette famille de fonction.

Ex 8 : ***Une courbe de fonction homographique***

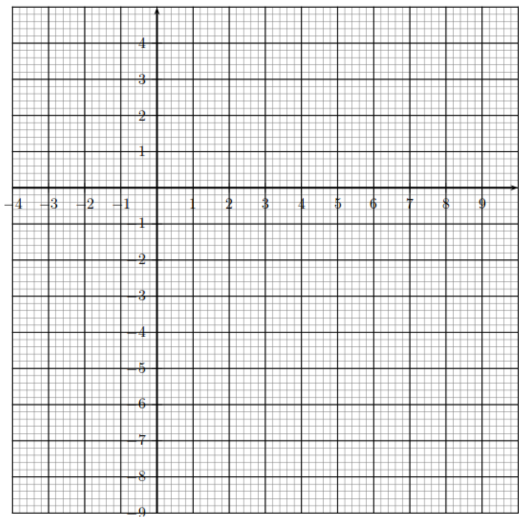
On considère la fonction définie par $f(x)=\frac{-2x+4}{x-3}$

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous . Arrondir au dixième.

x	-4	-2	0	1	1,5	2	2,5	2,7	3	3,3	3,5	4	4,5	5	7	10
$f(x)$																

2) Pour une certaine valeur de x , on constate que $f(x)$ n'est pas définie (n'existe pas). Pour quelle valeur de x ?

3) Tracer soigneusement la représentation graphique de la fonction f dans le repère ci-dessous.



4) Dresser le tableau de variation de la fonction

Ex 9 : ***Ensemble de définition***

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par :

a) $f(x)=\frac{1}{x^2}$ b) $f(x)=\frac{-3x+5}{x-4}$ c) $f(x)=\frac{4\sqrt{x}}{x+7}$

d) $f(x)=\frac{3x-7}{\sqrt{x-2}}$ e) $f(x)=-\frac{2}{2x+5}$ f) $f(x)=\frac{4x^3-5}{2x^2-7}$

Ex 10 : ***Reconnaître une fonction homographique***

On considère les fonctions f et g définies par
$f(x)=2+\frac{3}{x-5}$ et $g(x)=5-\frac{2x}{x-8}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et g .

2) Démontrer que ces fonctions sont des fonctions homographiques.

Ex 11 : ***Comparaison graphique de fonctions***

On considère les fonctions f et g définies par
$f(x)=\frac{1}{x-1}$ et $g(x)=\frac{x}{2x+4}$.

1) Tracer les courbes représentatives de f et g sur la calculatrice.

2) Quelles semblent être les variations de f et g ?

3) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs approchées des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$.

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$.

Ex 12 : ***Problème : variations des dimensions d'un trapèze***

On considère un trapèze dont la petite base, la grande base et la hauteur ont pour longueurs respectives 5 cm, b cm et h cm.

1) Rappeler la formule donnant l'aire A du trapèze en fonction de b et h
On suppose désormais que A =100 cm^2

2) Déterminer la fonction f telle que $b=f(h)$.

3) Démontrer que f est une fonction homographique.

4) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal où, en abscisses, 1 cm représente 4 unités, et en ordonnées, 1 cm représente 20 unités.

5) Déterminer graphiquement pour quelle valeur de h le trapèze est un parallélogramme . Confirmer ce résultat par le calcul.

Ex 13 : ***Comprendre un programme***

On considère la fonction écrite en python ci-dessous :

```
def homog(a,b,c,d,x) :
    t=-d/c
    if x!=t :
        return((a*x+b)/(c*x+d))
    else :
        return("x n'a pas d'image par f")
```

1) Expliquer le rôle de cette fonction.

2) Que représente t dans ce programme ?

3) On saisit homog(1,3,4,7,1).
Donner la fonction f associée à l'exécution de ce programme, puis la valeur retournée.

4) Donner un exemple de saisie renvoyant "x n'a pas d'image par f".

Équations quotients

Ex 14 : ***Images, antécédents***

La fonction f est définie par $f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$.

Répondre aux questions suivantes en détaillant et en donnant les valeurs exactes.

1) Calculer les images de 9 et de -4.

2) Calculer les antécédents de 5 et de -6.

Ex 15 :

La fonction f est définie par $f(x)=\frac{3x+4}{x-1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) Avec la calculatrice, tracer la courbe de la fonction f sur $[-8;8]$

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

4) Résoudre l'équation $f(x)=6$

a) graphiquement avec la calculatrice b) algébriquement

5) La fonction g est définie par $g(x)=2x-4$

a) Tracer la représentation graphique de la fonction à la calculatrice dans le même repère.

b) Résoudre l'équation $f(x)=g(x)$ graphiquement à la calculatrice.

c) Résoudre l'équation $f(x)=g(x)$ algébriquement.

Inéquations quotients

Ex 16 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $\frac{2x-5}{x-6}\geqslant 0$ b) $\frac{5x-2}{-3x+1}<0$ c) $\frac{3x}{4x+9}\geqslant 0$ d) $\frac{2x-10}{11x+2}>0$

Ex 17 :

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$.

a) Déterminer son ensemble de définition.

b) Pour tout $x\neq -2$, écrire $f(x)$ sous la forme $f(x)=a+\frac{b}{x+2}$.

c) En utilisant l'une des deux expressions de f , répondre aux questions suivantes :

- résoudre l'équation $f(x)=0$ - résoudre l'équation $f(x)=1$

- résoudre l'inéquation $f(x)<0$ - résoudre l'inéquation $f(x)\geqslant 1$