

# DROITES ET PLANS DANS L'ESPACE

## 1) RÈGLES DE BASE DE LA GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Ce sont des règles ( ou axiomes ) de base qu'il est nécessaire de fixer pour pouvoir travailler dans l'espace.

### RÈGLE 1 :

Par deux points distincts passe une seule droite.

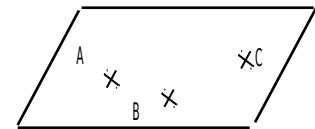


On dit que les deux points distincts **déterminent** une droite.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à une même droite, alors ils sont **alignés**.

### RÈGLE 2 :

Par trois points non alignés passe un seul plan.

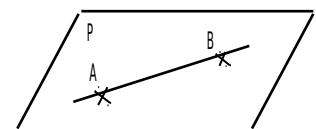


On dit que trois points non alignés **déterminent** un plan.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à un même plan, alors ils sont **coplanaires**.

### RÈGLE 3 :

Si  $A$  et  $B$  sont deux points du plan  $P$ , alors tous les points de la droite ( $AB$ ) appartiennent au plan  $P$ .



### RÈGLE 4 :

Si deux plans distincts ont un point commun, alors leur intersection est une droite.

Si deux plans distincts ont pour intersection la droite  $d$ , alors on dit qu'ils sont **sécants** selon  $d$ .

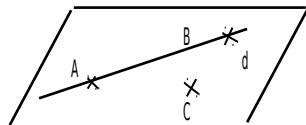
### RÈGLE 5 :

Tous les résultats de **la géométrie plane** s'appliquent dans chaque plan de l'espace.

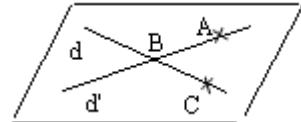
**Remarque :** ( conséquences des règles précédentes )

Un plan peut être déterminé par :

- un point et une droite ne passant pas par ce point.
- deux droites sécantes.



Dans chacun des cas, on peut définir le plan par trois points non alignés.



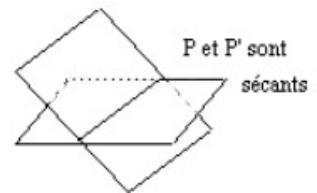
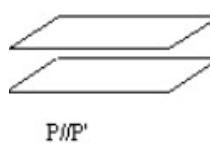
## 2) LE PARALLÉLISME DANS L'ESPACE

### A ) POSITION RELATIVE DE DEUX PLANS

#### PROPRIÉTÉ 1 :

Deux plans peuvent être :

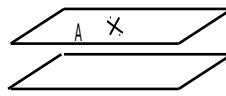
- **sécants** ( leur intersection est une droite )
- **parallèles** ( ils n'ont aucun point commun ou ils sont confondus )



#### PROPRIÉTÉ 2 :

Soit  $P$  un plan et  $A$  un point.

Il existe un unique plan parallèle à  $P$  et passant par  $A$ .



## B ) POSITION RELATIVE D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

### PROPRIÉTÉ 3 :

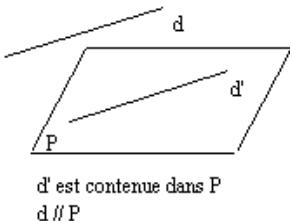
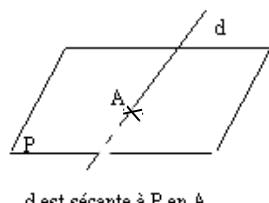
Une droite peut être :

- **sécante** à un plan

( La droite et le plan ont un seul point commun )

- **parallèle** à un plan

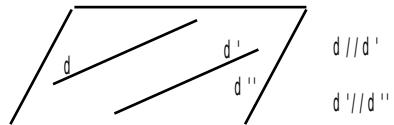
( La droite et le plan n'ont aucun point commun ou la droite est contenue dans le plan )



## C ) POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES DE L'ESPACE

### DÉFINITION :

Deux droites de l'espace sont **parallèles** si elles sont coplanaires (contenues dans un même plan) et si elles n'ont pas de point commun ou sont confondues.



**Remarque :** Deux droites parallèles distinctes déterminent un plan .

### PROPRIÉTÉ 4 :

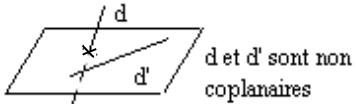
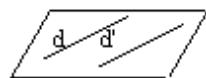
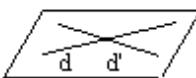
Deux droites de l'espace peuvent être :

- **coplanaires**

( Elles sont alors sécantes ou parallèles )

- **non coplanaires**

( C'est à dire, il n'existe aucun plan contenant à la fois ces deux droites. )



### PROPRIÉTÉ 5 :

Soit  $d$  une droite et  $A$  un point.

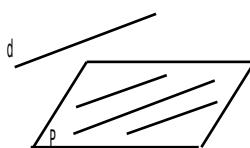
Il existe une unique droite parallèle à  $d$  et passant par  $A$  .



## D ) PROPRIÉTÉS DU PARALLÉLISME

### PROPRIÉTÉ 6 :

Si une droite  $d$  est parallèle à une droite  $d'$  d'un plan  $P$  , alors la droite  $d$  est parallèle au plan  $P$  .

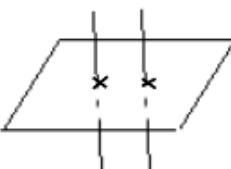


### PROPRIÉTÉ 7 :

Si une droite  $d$  est parallèle à un plan  $P$  , alors elle est parallèle à au moins une droite du plan  $P$  .

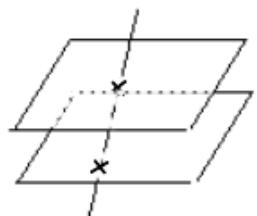
### PROPRIÉTÉ 8 :

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une des droites coupe l'autre droite.



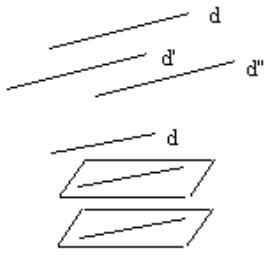
### PROPRIÉTÉ 9 :

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite qui coupe l'un coupe l'autre.

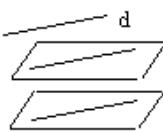
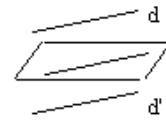


**PROPRIÉTÉ 10 :**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 11 :**

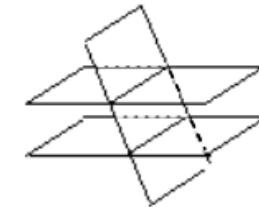
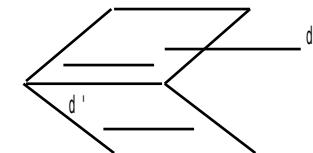
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 12 :**

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 13 :**

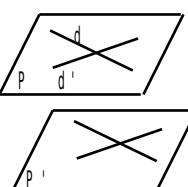
Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 14 :**

Si  $P$  et  $P'$  sont deux plans sécants et parallèles à une droite  $d$ , alors l'intersection de  $P$  et  $P'$  est parallèle à  $d$ .

**PROPRIÉTÉ 15 :**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les intersections sont des droites parallèles.

**PROPRIÉTÉ 16 :**

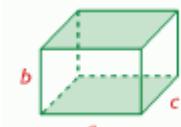
Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

**PROPRIÉTÉ 17 :**

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

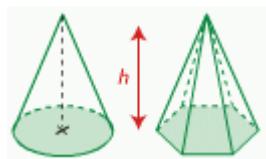
### 3) QUELQUES FORMULES

Parallélépipède rectangle  
Pavé droit



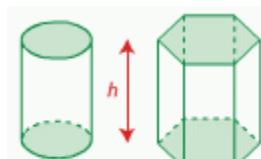
$$V = a \times b \times c$$

Cône - Pyramide



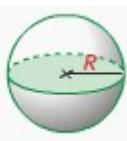
$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

Cylindre - Prisme droit



$$V = B \times h$$

Sphère et boule



$$S = 4 \pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$