

DROITES ET PLANS DANS L'ESPACE

1) RÈGLES DE BASE DE LA GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Ce sont des règles (ou axiomes) de base qu'il est nécessaire de fixer pour pouvoir travailler dans l'espace.

RÈGLE 1 :

Par deux points distincts passe une seule droite.

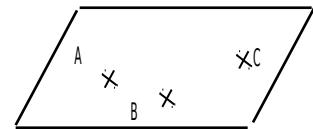


On dit que les deux points distincts **déterminent** une droite.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à une même droite, alors ils sont **alignés**.

RÈGLE 2 :

Par trois points non alignés passe un seul plan.

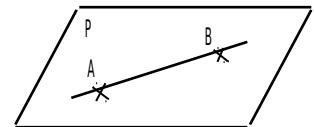


On dit que trois points non alignés **déterminent** un plan.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à un même plan, alors ils sont **coplanaires**.

RÈGLE 3 :

Si A et B sont deux points du plan P , alors tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan P .



RÈGLE 4 :

Si deux plans distincts ont un point commun, alors leur intersection est une droite.

Si deux plans distincts ont pour intersection la droite d , alors on dit qu'ils sont **sécants** selon d .

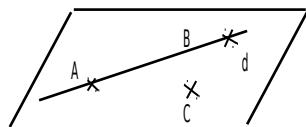
RÈGLE 5 :

Tous les résultats de **la géométrie plane** s'appliquent dans chaque plan de l'espace.

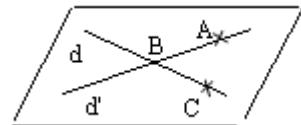
Remarque : (conséquences des règles précédentes)

Un plan peut être déterminé par :

- un point et une droite ne passant pas par ce point.
- deux droites sécantes.



Dans chacun des cas, on peut définir le plan par trois points non alignés.



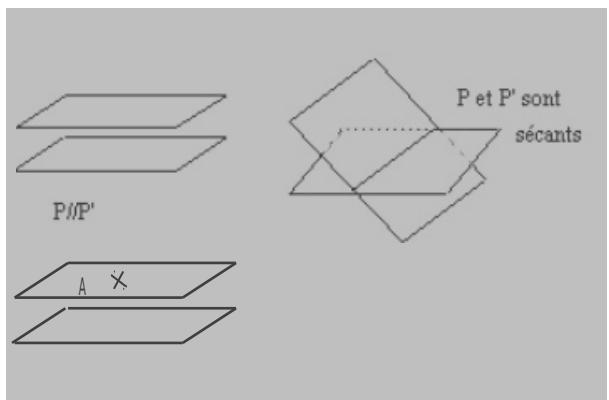
2) LE PARALLÉLISME DANS L'ESPACE

A) POSITION RELATIVE DE DEUX PLANS

PROPRIÉTÉ 1 :

Deux plans peuvent être :

- **sécants** (leur intersection est une droite)
- **parallèles** (ils n'ont aucun point commun ou ils sont confondus)



PROPRIÉTÉ 2 :

Soit P un plan et A un point.

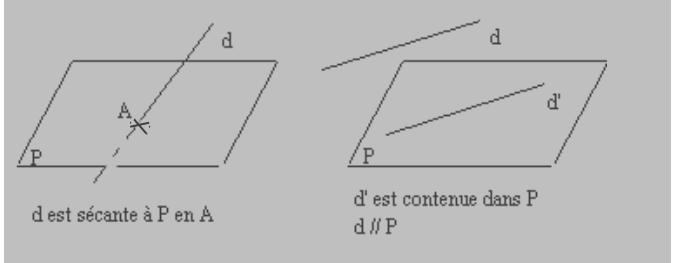
Il existe un unique plan parallèle à P et passant par A .

B) POSITION RELATIVE D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

PROPRIÉTÉ 3 :

Une droite peut être :

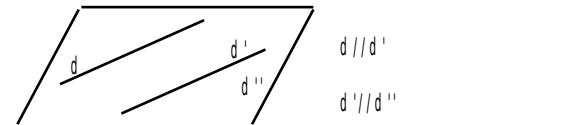
- **sécante** à un plan
(La droite et le plan ont un seul point commun)
- **parallèle** à un plan
(La droite et le plan n'ont aucun point commun ou la droite est contenue dans le plan)



C) POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES DE L'ESPACE

DÉFINITION :

Deux droites de l'espace sont **parallèles** si elles sont coplanaires (contenues dans un même plan) et si elles n'ont pas de point commun ou sont confondues.

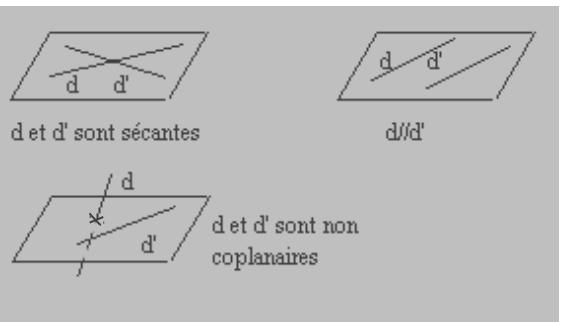


Remarque : Deux droites parallèles distinctes déterminent un plan .

PROPRIÉTÉ 4 :

Deux droites de l'espace peuvent être :

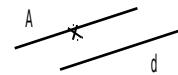
- **coplanaires**
(Elles sont alors sécantes ou parallèles)
- **non coplanaires**
(C'est à dire, il n'existe aucun plan contenant à la fois ces deux droites.)



PROPRIÉTÉ 5 :

Soit d une droite et A un point.

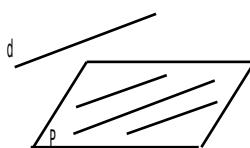
Il existe une unique droite parallèle à d et passant par A .



D) PROPRIÉTÉS DU PARALLÉLISME

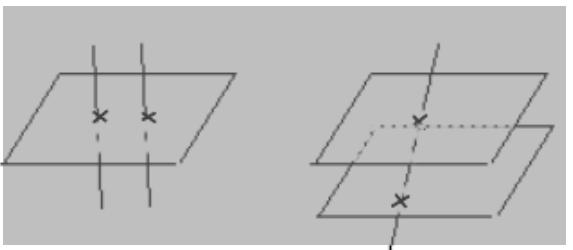
PROPRIÉTÉ 6 :

Si une droite d est parallèle à une droite d' d'un plan P , alors la droite d est parallèle au plan P .



PROPRIÉTÉ 7 :

Si une droite d est parallèle à un plan P , alors elle est parallèle à au moins une droite du plan P .



PROPRIÉTÉ 8 :

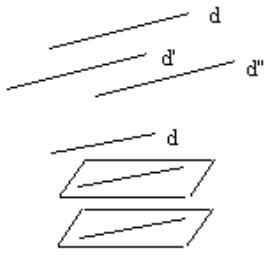
Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une des droites coupe l'autre droite.

PROPRIÉTÉ 9 :

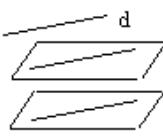
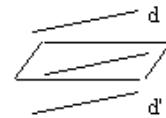
Si deux plans sont parallèles, alors toute droite qui coupe l'un coupe l'autre.

PROPRIÉTÉ 10 :

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 11 :**

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

**PROPRIÉTÉ 12 :**

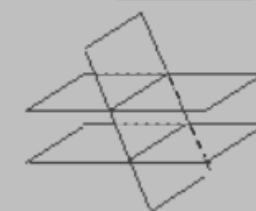
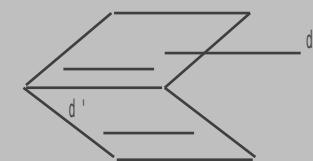
Si deux droites sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

PROPRIÉTÉ 13 :

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

PROPRIÉTÉ 14 :

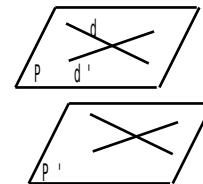
Si P et P' sont deux plans sécants et parallèles à une droite d , alors l'intersection de P et P' est parallèle à d .

**PROPRIÉTÉ 15 :**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les intersections sont des droites parallèles.

PROPRIÉTÉ 16 :

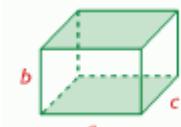
Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

**PROPRIÉTÉ 17 :**

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

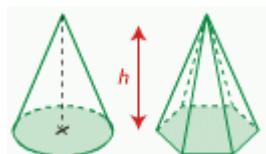
3) QUELQUES FORMULES

Parallélépipède rectangle
Pavé droit



$$V = a \times b \times c$$

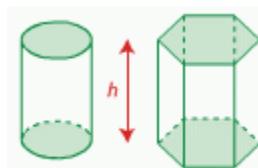
Cône - Pyramide



B représente l'aire de la base

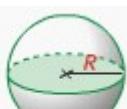
$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

Cylindre - Prisme droit



$$V = B \times h$$

Sphère et boule



$$S = 4 \pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$