EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES – ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

1) LES DIFFÉRENTES FORMES D'UNE EXPRESSION ALGÉBRIQUE

	Forme	**Exemple**	**Remarque**
Somme	A+B	$3x^2+5x$	A et B sont **les termes** . La différence A-B est la somme A+(-B)
Produit	A $\times$ B	$(3x-5)(2x-4)$	A et B sont **les facteurs**
Carré	A^2	$(3x+2)^2$	
Quotient	$\frac{A}{B}$	$\frac{5x-2}{3x-5}$	

Définition :

Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme.

Exemple : Développer, puis réduire et ordonner $A=(3x-5)(2x-4)$

$A=3x\times2x+3x\times(-4)+(-5)\times2x+(-5)\times(-4)=6x^2-22x+20$

Définition :

Factoriser une somme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Exemple : $B=3x^2+5x=x(3x+5)$

Développement $\longrightarrow$

$k(a+b)=ka+kb$

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ On retrouve les trois **identités remarquables**

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$\longleftarrow$ **Factorisation**

2) ÉQUATIONS - INÉQUATIONS

Deux équations **équivalentes** sont deux équations, ayant le même ensemble de solutions . On utilise le signe $\Leftrightarrow$

Propriété :

- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une équation par un même nombre, on obtient une équation équivalente.

Propriété : Cette méthode permet de résoudre certaines équations qui ne sont pas du premier degré

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$A(x)\times B(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x)=0 \text{ ou } B(x)=0$$

Une telle équation est appelée **équation produit**.

Exemple : $2x^2=5x \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2-5x=0 \quad \Leftrightarrow \quad x(2x-5)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=0 \text{ ou } 2x-5=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=0 \text{ ou } x=\frac{5}{2}$

Propriété :

- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un même nombre aux deux membres d'une inéquation, on obtient une inéquation de **même sens**.

- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une inéquation par un même nombre strictement **positif**, on obtient une inéquation de **même sens**.

- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une inéquation par un même nombre strictement **négatif**, on obtient une inéquation de **sens contraire**.

Exemple : $-3x-5<0 \quad \Leftrightarrow \quad -3x<5 \quad \Leftrightarrow \quad x>-\frac{5}{3}$

Exercices :

Ex 1 : ***Somme ou produit***

Indiquer pour chaque expression s'il s'agit d'une somme ou d'un produit :
1) $(x-2)(x-3)$ 2) $(x-3)^2$ 3) $x(x+2)$ 4) $2x^2-5$ 5) $(x-2)(x-3)+8$ 6) $2x^2-5+6$

Ex 2 : ***Forme développée ou factorisée***

Parmi les expressions suivantes, reconnaître les formes développées et les formes factorisées :
1) $(x-7)(x+6)$ 2) $(x-2)(x-3)+8$ 3) $2x^2-5+6$ 4) $x^3(2-x)$ 5) $(x-7)^4$ 6) $4x-5$

Ex 3 : ***Développement***

Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A=3x(x-5)$
$B=3(2x+2)^2$
$C=(4x-4)(3x-8)$
$D=(x-2)(x+2)$
$E=x(x+5)+8(x-3)$
$F=a+2(a-5)+5(3-2a)$
$G=(2x-5)^2-2(x-3)^2$

Ex 4 : ***Factorisation***

Factoriser les expressions suivantes :

$A=x(x-1)+2x(x-3)$
$B=x^3-12x^2$
$C=(5x+1)(-2x+3)+x(10x+2)$
$D=(x-1)^2-9$
$E=(x-5)(x+2)-3x(x-5)$
$F=(4x-3)(x+2)+(3-4x)x$
$G=x^2-4x+4$
$H=x^2-9$
$I=(x+5)^2-(x-3)^2$

Ex 5 : ***Équations***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $11x-(x+1)=x-1$
2) $(2x-5)^2=0$
3) $(2x-3)(4x-5)=0$
4) $\left(\frac{2}{3}x+5\right)(x-3)=0$
5) $(2-3x)^2=4$
6) $(x-1)(x+3)=x^2$
7) $(2x+3)(x+5)=15$
8) $3x^2=18x$
10) $\frac{2}{7}x=0$
11) $x(x-10)=-25$
12) $\frac{2x-4}{8}=5$

Ex 6 : ***Inéquations***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $3x+5\geqslant x-3$
2) $-3x<0$
3) $3x-(5x-3)<x$
4) $\frac{2x-4}{7}\geqslant 0$
5) $\frac{2x-5}{4}\leqslant\frac{2x-3}{5}$