# CALCUL NUMÉRIQUE

## 1 ) ENSEMBLE DES NOMBRES

### A ) DÉFINITIONS ET NOTATIONS

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des **nombres entiers naturels** . $\mathbb{N} =$
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des **nombres entiers relatifs** **(ou *nombres entiers*)** $\mathbb{Z} =$
- **D** est l'ensemble des **nombres décimaux** . ( nombres s'écrivant $n \times 10^p$ avec $n$ et $p$ dans $\mathbb{Z}$ )

**Exemple :** $26 \times 10^{-2} =$ ; $-7 \times 10^4 =$

- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des **nombres rationnels** . ( nombres que l'on peut écrire sous la forme $\frac{p}{q}$ , $p$ étant un nombre entier et $q$ un entier non nul )

**Exemple :**

- On appelle **nombre irrationnel** tout nombre que l'on ne peut pas écrire sous la forme $\frac{p}{q}$ , $p$ étant un nombre entier et $q$ un entier non nul

**Exemple :**

- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des **nombres réels** , c'est à dire qui sont soit rationnels, soit irrationnels.

### B ) SYMBOLES D'INCLUSION

Soit $A$ et $B$ deux ensembles :

$A \subset B$ se lit : " $A$ est **inclus** dans $B$ " , " $A$ est **contenu** dans $B$ " ou " $A$ est **une partie** de $B$ "
$A \subset B$ signifie que tout élément de l'ensemble $A$ appartient à l'ensemble $B$.

Si $A$ n'est pas inclus dans $B$ on note : $A \not\subset B$

**Exemple :**

## 2 ) RAPPELS

### A ) PRODUITS Soit $a$ , $b$ , $c$ et $d$ des réels :

| | |
|---|---|
| **RÈGLE DES SIGNES** | • $a \times (-b) =$ <br> • $(-a) \times (-b) =$ |
| **PRODUIT NUL** | Dire qu'un produit est nul signifie que l'un des facteurs au moins est nul |
| **SIMPLIFICATION** | $ac = bc$ et $c \neq 0 \Rightarrow$ |
| **DISTRIBUTIVITÉ** | • $c(a+b) =$ <br> • $(a+b)(c+d) =$ |
| **PRODUITS REMARQUABLES** | • <br> • <br> • <br> **Exemple :** 1 ) Développer et réduire <br> a ) $(x-2y)^2 =$ <br> b ) $(2x+y)^2 =$ <br> c ) $(a-b)^2+(2a-5b)^2 =$ <br> d ) $(3x-4y)(3x+4y) =$ <br> e ) $(\sqrt{2}-\sqrt{7x})(\sqrt{2}+\sqrt{7x}) =$ |

| | |
|---|---|
| | 2 ) Factoriser<br><br>a ) $x^2-4x+4=$<br><br>b ) $4y^2-12y+9=$<br><br>c ) $16a^2-80a+100=$<br><br>d ) $5x^2-7y^2=$<br><br>e ) $(x-y)^2-(2x-4y)^2=$ |

**B ) QUOTIENTS** Soit $a$ , $b$ , $c$ et $d$ des réels avec $c$ et $d$ non nuls :

| | |
|---|---|
| **GÉNÉRALITÉS** | $\frac{a}{1}=$ ; $\frac{0}{c}=$ ; $\frac{a}{0}$ |
| **RÈGLE DES SIGNES** | $\frac{-a}{c}=$ $=$ ; $\frac{-a}{-c}=$ |
| **SIMPLIFICATION** | $\frac{ad}{cd}=$ **Attention :** $\frac{a+d}{c+d}\neq\frac{a}{c}$ |
| **ÉGALITÉ** | $\frac{a}{c}=0\Leftrightarrow$ ; $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ $\Leftrightarrow$ |
| **ADDITION** | $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=$ ; $\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=$ |
| **MULTIPLICATION** | $\frac{a}{c}\times\frac{b}{d}=$ |
| **DIVISION** | $\frac{1}{\frac{c}{d}}=$ ; $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=$ (avec $b\neq 0$) ; $\frac{a}{\frac{c}{d}}=$ ; $\frac{\frac{a}{c}}{d}=$<br>**Exemple :**<br>Écrire sous forme irréductible le nombre suivant :<br><br>$\mathrm{A}=\frac{\frac{4}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{4}{7}}=$ |

**C ) PUISSANCES** Soit $a$ et $b$ des réels et $p$ et $q$ des entiers :

| | |
|---|---|
| **DÉFINITION** | $a^0=$ ; $a^p=$ ( $p$ facteurs , $p\geq 1$ ) ; $a^1=$<br>$a^{-p}=$ ; $a^{-1}=$ $(a\neq 0)$ |
| **SIGNE** | Pour $p$ pair $(-a)^p=$ et pour $p$ impair $(-a)^p=$ |
| **RÈGLES DE CALCUL** | Pour $a$ et $b$ non nuls :<br><br>$a^p\times a^q=$ ; $\frac{a^p}{a^q}=$ ; $(a^p)^q=a^{pq}=$<br><br>$(ab)^p=$ ; $\left(\frac{a}{b}\right)^p=$ |

| | |
|---|---|
| **NOTATION SCIENTIFIQUE** | La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a\times 10^p$ où $a$ est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et $p$ est un entier.<br>**Exemple :** Écrire les nombres ci-dessous sous forme scientifique :<br>A=0,0452 = ; B=12478 =<br>$C=\dfrac{\left((-7)^3\times(-10)^{-8}\right)^5}{\left(-7^2\times 10^4\right)^7}=$ |

## D ) RACINES CARRÉES

| | |
|---|---|
| **DÉFINITION** | Lorsque $a$ est un nombre positif , $\sqrt{a}$ désigne l'unique nombre positif dont le carré est égal à $a$ .<br>**Attention:** un nombre négatif n'a pas de racine carrée. |
| **RÈGLES DE CALCUL** | Pour $a$ et $b$ positif :<br>$\sqrt{a^2}=$ ; $\sqrt{a^p}=$ ( $p$ entier naturel )<br>$\sqrt{ab}=$ ; $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=$<br>**Exemple :**<br>1 ) Écrire les nombres ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où $b$ est le plus petit entier possible.<br>a ) $\sqrt{32}$ = b ) $\sqrt{72}$ = c ) $\sqrt{500}$ = d ) $\sqrt{147}$ =<br>2 ) Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :<br>a ) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ = b ) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$ =<br>c ) $\dfrac{3}{5-\sqrt{3}}$ = d ) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ =<br>= |
| **MISE EN GARDE** | • Il n'existe pas de relation simple entre $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$<br>• Si $a<0$ alors |
| **ÉQUATION $x^2=a$** | Soit $a$ un réel , l'équation $x^2=a$<br>• n'admet pas de solution<br>• admet une unique solution 0<br>• admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$<br>**Exemple :**<br>1 ) Résoudre les équations ci-dessous :<br>a ) $x^2=5$<br>b ) $t^2=3-\pi$<br>c ) $(x-2)^2=8$<br>d ) $3x^2=7$ |