

## Rappels de seconde :

A, B et C représentent des événements d'un univers  $\Omega$  lié à une expérience aléatoire.

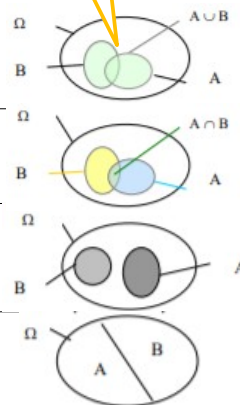
### Attention :

Le « ou mathématique » est inclusif .

L'ensemble de toutes les éventualités d'une expérience aléatoire est appelé **univers** . En général, on le note  $\Omega$  . On appelle **événement** toute partie de l'univers .

VOCABULAIRE ET NOTATION	SIGNIFICATION
<b>Cardinal de A</b> : $\text{card}(A)$	nombre d'éventualités qui composent A
<b>Événement élémentaire</b>	événement réduit à une seule éventualité
<b>Événement impossible</b> : $A = \emptyset$	événement qui ne se réalise jamais
<b>Événement certain</b> : $A = \Omega$	événement qui se réalise toujours
C est la <b>réunion</b> de A et de B : $C = A \cup B$ ( on dit A <b>ou</b> B )	C'est l'ensemble des éventualités réalisant A <b>ou</b> B
C est l' <b>intersection</b> de A et de B : $C = A \cap B$ ( on dit A <b>et</b> B )	C'est l'ensemble des éventualités réalisant A <b>et</b> B en même temps.
A et B sont <b>disjoints</b> ou <b>incompatibles</b>	A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps ; $A \cap B = \emptyset$
A et B sont <b>contraires</b> ou <b>complémentaires</b> . $B = \bar{A}$	$A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B = \Omega$ $\bar{A}$ est l'événement constitué par les éventualités de l'univers qui ne réalisent pas A .

A ou B signifie :  
- exclusivement A  
- ou exclusivement B  
- ou A et B



### Définition :

On note  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  l'ensemble des éventualités d'une expérience aléatoire.

Définir une **loi de probabilité** sur  $\Omega$ , c'est associer à chaque résultat  $\omega_i$  un nombre  $p_i \geq 0$  de telle façon que :

- $\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$
- La probabilité  $P(A)$  d'un événement A est la somme des probabilités  $p_i$  des éventualités qui constituent A.

### Formules :

Soit A et B deux événements de  $\Omega$ , alors :

- $P(\Omega) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- Si  $A \subset B$ , alors  $P(A) \leq P(B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Si A et B sont incompatibles,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

### Équiprobabilité :

Lorsque tous les événements élémentaires d'un univers ont la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Dans ce cas, si l'univers  $\Omega$  est composé de  $n$  éventualités, on a :  $p_i = \frac{1}{\text{card}(\Omega)}$

On a alors, pour tout événement A :  $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

### Loi des grands nombres :

Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille  $n$  se rapprochent de la loi de probabilité quand  $n$  devient grand.

### Probabilité conditionnelle :

Soit A et B deux événements tels que  $P(B) \neq 0$  .

On appelle « **probabilité conditionnelle de A par rapport à B** » ou « **probabilité de A sachant B** » le réel,

noté :  $P_B(A)$  :  $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$0 \leq P_B(A) \leq 1$$

$$P_B(\bar{A}) = 1 - P_B(A)$$

$$\text{En général, } P_B(A) \neq P_A(B)$$

### Probabilité d'une intersection :

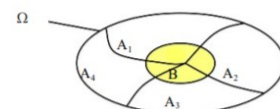
Soit A et B deux événements tels que  $P(B) \neq 0$  et  $P(A) \neq 0$  . On a :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$$

### Partition :

Dire que les événements  $A_1, A_2, \dots, A_n$  réalisent une **partition** de l'univers  $\Omega$ , signifie que :

- les événements  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont deux à deux disjoints
- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$



### Formule des probabilités totales :

Dans les conditions précédentes on a :  $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$

$$P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$$

### Événements indépendants :

Soit A et B deux événements de probabilités non nulles.

A et B sont dits **indépendants** s'ils vérifient l'une des trois conditions équivalentes suivantes :

- $P_B(A) = P(A)$
- $P_A(B) = P(B)$
- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

### Propriété :

Si A et B sont deux événements indépendants, alors il en est de même pour  $\bar{A}$  et B.

### Succession de deux épreuves indépendantes :

Lorsque deux expériences aléatoires se succèdent et que les résultats de la première expérience n'influent pas les résultats de la seconde, on dit qu'il s'agit d'une **succession de deux épreuves indépendantes**.  
Lorsque deux épreuves sont indépendantes, la probabilité d'un couple de résultats est égale au **produit des probabilités de chacun d'eux**.