Préparation Bac Blanc : sujet 4

Suites arithmétiques et géométriques - Probas conditionnelles, généralités sur les suites, second degré et automatismes

Exercice 1 :

Soit (u_n) une suite définie par :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{u_n + 3}$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) On suppose que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n > 1$.

Etudier la monotonie de (u_n).

3) Soit (v_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison.

b) En déduire (u_n) en fonction de n.

4) a) Calculer la somme $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} v_n$ en fonction de n.

b) Compléter le programme en langage python ci-contre pour obtenir S_{100}.

```python
def somme():
    v=1
    s=v
    for i in range (1,...):
        v=.......
        s=......
    return .....
```

Exercice 2 :

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier n par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 \end{cases} \text{ et } \ v_n = u_n + 3$$

1) Calculer les termes u_1 et u_2.

2) Montrer que la suite (v_n) est géométrique, déterminer sa raison et son premier terme.

3) a) Donner le terme général de la suite (v_n).

b) En déduire celui de la suite (u_n).

4) Conjecturer la limite de la suite (v_n) puis en déduire celle de (u_n)

5) On considère les sommes suivantes : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) En déduire S'_n en fonction de n et calculer S'_{200}.

Exercice 3 :

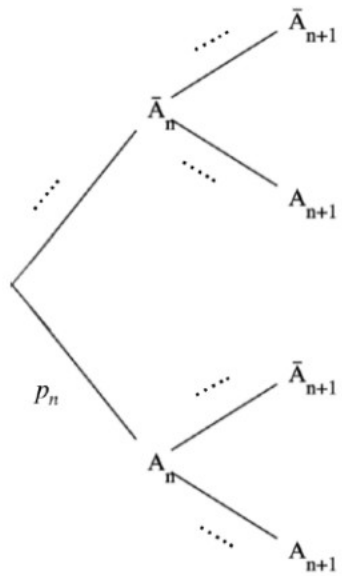
Un commerçant constate que parmi les clients qui achètent un melon une semaine donnée, 90% d'entre eux achètent un melon la semaine suivante. Parmi les clients qui n'achètent pas de melon une semaine donnée, 60% d'entre eux n'achètent pas de melon la semaine suivante.

On choisit au hasard un client ayant acheté un melon au cours de la semaine 1 et, pour $n \geq 1$, on note A_n l'évènement : « le client achète un melon au cours de la semaine n » et $p_n = p(A_n)$. On a ainsi $p_1 = 1$.

1) a) Démontrer que $p_3 = 0{,}85$.

b) Sachant que le client achète un melon la semaine 3, quelle est la probabilité qu'il en ait acheté la semaine 2 ?

2) a) Compléter l'arbre pondéré ci-contre :



b) Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$:
$p_{n+1} = 0{,}5p_n + 0{,}4$.

3) On pose pour tout entier, $n \geq 1$: $v_n = p_n - 0{,}8$.

a) On admet que pour tout $n \geq 1$, $p_n > 0{,}8$. Montrer que la suite (p_n) est décroissante.

b) Démontrer que (v_n) est géométrique.

c) Exprimer v_n puis p_n en fonction de n.

d) Conjecturer la limite de la suite (p_n).
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Question automatisme :

Les solutions du système $\begin{cases} 2x-4y=5 \quad (L_1) \\ 3x+5y=-4 \quad (L_2) \end{cases}$ sont

a) $S = \varnothing$ b) $S=\left\{\left(\frac{9}{22};-\frac{23}{22}\right)\right\}$ c) $S=\left\{\left(-\frac{9}{22};-\frac{23}{22}\right)\right\}$ d) $S=\left\{\left(\frac{9}{22};\frac{23}{22}\right)\right\}$ e) $S=\left\{\left(-\frac{23}{22};\frac{9}{22}\right)\right\}$