Préparation Bac Blanc : sujet 2 Généralités sur les suites, second degré et automatismes

Exercice 1 :

Etudier le sens de variation de chacune des suites définies ci-dessous :

1) $u_n = -n^2 + 8n + 6, n \geq 4$; **2)** $v_n = \dfrac{2n+4}{5n+9}, n \in \mathbb{N}$; **3)** $w_n = \dfrac{0{,}7^n}{20n}, n \in \mathbb{N}^*$

Exercice 2 :

On considère la suite v définie par : $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = v_n^2 - 1, \forall\, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer v_1 et v_2.

2) Compléter le programme en langage Python ci-contre afin qu'il prenne n en argument et renvoie la valeur de v_n.

```
def v(n):
  v=....
  for i in range (1,......):
    v=..................
  return v
```

Exercice 3 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$

1) Calculer à la main u_1 et u_2 en donnant les valeurs sous forme de fractions irréductibles.

2) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-2(u_n)^2}{2u_n + 1}$.

3) On admet que tous les termes de la suite sont strictement positifs.
Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?

4) On admet maintenant que pour tout entier n, $u_n = \dfrac{2}{4n+1}$. Vérifier qu'on a bien pour tout entier n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2u_n + 1}$.

5) a) Trouver le plus petit rang n à partir duquel tous les termes de la suite appartiennent à l'intervalle $]0; 10^{-3}[$.
b) Compléter le programme ci-contre afin qu'il renvoie le rang n à partir duquel $u_n < 10^{-3}$.

```
def seuil():
  n=0
  u=.....
  while u>=......... :
    u=.........
    n=.........
  return n
```

6) Donner sans justifier $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice 4 :

Soit $m \in \mathbb{R}^*$ et f la fonction trinôme définie par : $f_m(x) = m\,x^2 + 4x + 2(m-1)$.

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f_m(x) = 0$ admet une unique solution ? Déterminer alors cette racine.
2) Quel est l'ensemble de réels m pour lesquels l'équation $f_m(x) = 0$ a deux racines distinctes ? Déterminer ces racines.
3) Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels $f_m(x) < 0$ pour tout réel x ?

Question automatisme :

On a représenté ci-contre une droite (AB). Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite (AB) est :

a) $y = -\dfrac{5}{2}x - \dfrac{3}{5}$ b) $2x + 5y = -3$ c) $y = \dfrac{2}{5}x - \dfrac{3}{5}$ d) $2x - 5y = 3$