Colinéarité de deux vecteurs

Ex 1 : ***Vrai ou faux - restituer les notions du cours***

1) Si $\vec{u}=k\vec{v}$, alors il existe p tel que $\vec{v}=p\vec{u}$.
2) $\vec{0}=k\vec{0}$
3) $\vec{0}=0\vec{u}$
4) S'il existe $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$, tels que $a\vec{u}+b\vec{v}=\vec{0}$, alors il existe $k\in\mathbb{R}$ tel que $\vec{u}=k\vec{v}$

Ex 2 : ***QCM - restituer les notions du cours***

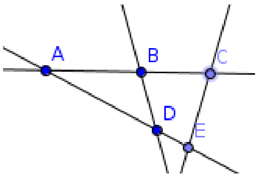
1) $\vec{u}\begin{pmatrix}17\\0\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :

a) $\begin{pmatrix}0\\-17\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}17\\-17\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}-17\\0\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

2) Soit $k\in\mathbb{R}^*$. $\vec{u}\begin{pmatrix}k\\-k\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :

a) $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ b $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}10\\-10\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Ex 3 : Vrai ou faux - ***Repère***



a) $(A;\vec{AB},\vec{AC})$ est un repère.
b) $(B;\vec{BA},\vec{BD})$ est un repère.
c) $(A;\vec{AB},\vec{AE})$ est un repère.
d) $(D;\vec{DA},\vec{DE})$ est un repère.

Ex 4 :

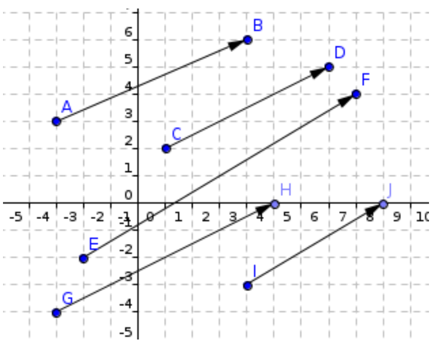
Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires :

a) $-\vec{u}-5\vec{v}=\vec{u}+2\vec{v}$ b) $\vec{u}-\frac{2}{3}\vec{v}=\frac{1}{3}\vec{u}+\vec{v}$
c) $\vec{u}=2\vec{t}+2\vec{w}$ et $\vec{v}=3\vec{t}+3\vec{w}$
d) $\vec{u}=\sqrt{2}\vec{t}+2\vec{w}$ et $\vec{v}=2\vec{t}+2\sqrt{2}\vec{w}$
e) $\vec{u}=\vec{AB}+\vec{AC}$ et $\vec{v}=2\vec{AB}+2\vec{AC}$
f) $\vec{u}=2\vec{AB}+\vec{AC}$ et $\vec{v}=\vec{AB}-\frac{1}{2}\vec{CA}$

Ex 5 :

Soit ABC un triangle.
1) Placer les points M et N tels que : $4\vec{CN}=\vec{CA}$ et $4\vec{MB}=\vec{AB}$.
2) Montrer que $\vec{MN}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.

Ex 6 :



1) Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{CD}$, $\vec{EF}$, $\vec{GH}$ et $\vec{IJ}$

2) Les vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{IJ}$ sont-ils colinéaires ?
Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{EF}=k\vec{IJ}$

3) Les vecteurs $\vec{GH}$ et $\vec{CD}$ sont-ils colinéaires ?
Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{GH}=k\vec{GD}$

4) Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont-ils colinéaires ?
Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{AB}=k\vec{GD}$

Décomposition d'un vecteur

Ex 7 : ***Points alignés***

Soit ABC un triangle quelconque et I,J et K les points définis par :
$\vec{AI}=\frac{3}{2}\vec{AB}$ et $\vec{AK}=\frac{3}{4}\vec{AC}$ et J milieu du segment $[BC]$.
Montrer que I, J et K sont alignés.

Ex 8 : ***Quadrilatère***

Soit ABCD un quadrilatère du plan et I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].
Que peut-on conjecturer au sujet de la nature du quadrilatère IJKL ?
Montrer votre conjecture.

Ex 9 : ***Droites parallèles***

Dans un triangle ABC, on considère les points G et H tels que
$\vec{AB}=\frac{2}{3}\vec{AG}$ et $\vec{AH}=2\vec{HC}$.

1) Exprimer les vecteurs $\vec{BH}$ et $\vec{GC}$ en fonctions des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

2) Que peut-on dire des droites (BH) et (GC)

Condition de colinéarité

Ex 10 : ***Vrai ou faux - restituer les notions du cours***

Soit deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\b'\end{pmatrix}$ colinéaires . On a :

a) $a'b-ab'=0$ b) $ab'-a'b=0$ c) $ab'=a'b$

d) $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$ e) $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$

Ex 11 : ***QCM - restituer les notions du cours***

$\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-1\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :

a) $\begin{pmatrix}-2\\\sqrt{2}\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\2\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}-2\\0\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-1\\1\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$

Ex 12 :

Dans un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$, on a A(-3;1) et B(0;3).
1) Déterminer les coordonnées du point C tel que les droites (AB) et (OC) soient parallèles et tel que la droite (AC) soit parallèle à l'axe des ordonnées.
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (OD) soient parallèles et tel que la droite (AD) soit parallèle à l'axe des abscisses.

Ex 13 :

Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$, Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{6}\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}$ e) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{6}\\\sqrt{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\\sqrt{6}\end{pmatrix}$

Ex 14 :

Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$, Déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}k\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}k\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\\frac{11}{5}\end{pmatrix}$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}k-1\\k^2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\k+1\end{pmatrix}$ d) $\vec{u}\begin{pmatrix}k+1\\k\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}k-1\\-k\end{pmatrix}$

Équation d'une droite

Ex 15 : ***QCM - restituer les notions du cours***

Donner la ou les bonne(s) réponse(s).

1) La droite d'équation $x-3=0$ passe par le point de coordonnées :

a) A(0;3) b) B(3;0) c) C(3;3) d) D(0;0)

2) La droite $d:\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1=0$ admet aussi pour équation cartésienne :

a) $x+\frac{3}{2}y+3=0$ b) $3x+2x-1=0$ c) $\frac{2}{3}x+y-2=0$ d) $2x+3y=6$

3) La droite $d:4x+2y-1=0$ admet comme équation réduite :

a) $y=-2x+1$ b) $2y=-4x+1$ c) $y=2x+\frac{1}{2}$ d) $y=-2x+\frac{1}{2}$

4) La droite $d:ax+by+c=0$ a pour vecteur directeur :

a) $\vec{t}\begin{pmatrix}-b\\-a\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}b\\a\end{pmatrix}$ c) $\vec{v}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ d) $\vec{w}\begin{pmatrix}b\\-a\end{pmatrix}$

5) La droite $d:y=3x-1$ a pour vecteur directeur :

a) $\vec{t}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ c) $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ d) $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

Ex 16 : ***Utiliser la condition de colinéarité***

Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

1) Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer l'équation de la droite (AB).

a) $A(2;-3)$ et $B(4;1)$ b) $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ et $B\left(\frac{1}{4};0\right)$

2) Soit $d:2x+y-1=0$. Déterminer les droites parallèles à d .

a) $d_1:2x+y+2=0$ b) $d_2:x+y-3=0$

c) $d_3:4x+2y-1=0$ d) $d_4:-2x+y-1=0$

3) Soit $d:y=3x-1$. Déterminer les droites parallèles à d .

a) $d_1:2x-3y+1=0$ b) $d_2:3x-y+3=0$

c) $d_3:6x+2y-1=0$ d) $d_4:-6x+2y+1=0$

4) Soit $d:-x+3y-\frac{3}{2}=0$. Déterminer les droites parallèles , sécantes ou confondues avec la droite d .

a) $d_1:2x-6y+3=0$ b) $d_2:2x+6y-3=0$

c) $d_3:x-3y-1=0$ d) $d_4:-2x+6y-1=0$

Ex 17 : ***Déterminer un vecteur directeur***

Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer un vecteur directeur de la droite d à coordonnées entières.

a) $d:y=\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}$ b) $d:y=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$

2) Déterminer (si possible) un vecteur directeur de la droite d , dont la première coordonnée est 5.

a) $d:x+3y-2=0$ b) $d:x-5=0$ c) $x+y=0$

Ex 18 : ***Équation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur.***

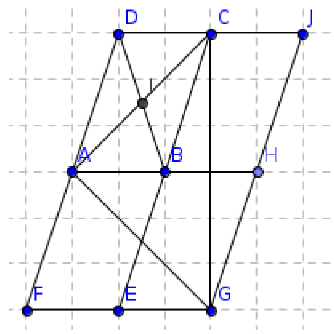
Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$.
Déterminer l'équation de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

a) A(3;5) et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ b) A(-1;3) et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

Ex 19 : ***Équations de droites dans des repères différents.***

1) Déterminer les coordonnées des points C, I et G dans les repères $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ et $(F;\overrightarrow{FE},\overrightarrow{FA})$.

2) Déterminer les équations des droites (CG) et (AG) dans les repères $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ et $(F;\overrightarrow{FE},\overrightarrow{FA})$.



Ex 20 : ***Colinéarité et équations d'une droite***

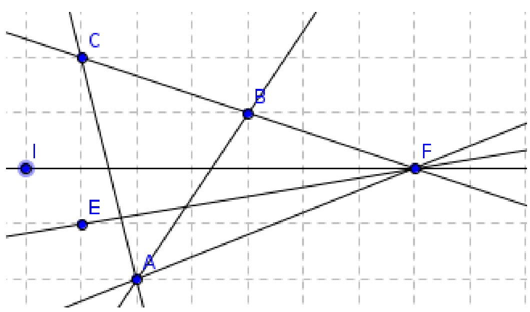
Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

1) Déterminer a et b tels que les deux points A et B soient sur d .
a) $d:2x+y-1=0$ avec $A(2;a)$ et $B(b;5)$
b) $d:x-y-4\sqrt{2}=0$ avec $A(-\sqrt{2};a)$ et $B(b;2\sqrt{2})$

2) Déterminer l'équation de la droite passant par le point A de la droite d et par le point B.
a) $d:x+y+1=0$ avec $A(2;a)$ et $B(2;0)$
b) $d:x-y+1=0$ avec $A(1;a)$ et $B(1;0)$

Ex 21 : ***Méthode de l'escalier***

Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (AB), (AC), (AF) , (IF) et (EF)



Ex 22 : ***Équation de la droite passant par un point et parallèle à une autre droite***

Le plan est muni d'un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A(-1;1) et parallèle à $d: x-2y+1=0$.

2) Déterminer une équation réduite de la droite passant par B(-2;2) et parallèle à $\Delta: y=-\dfrac{2}{3}x+2$.

Problèmes

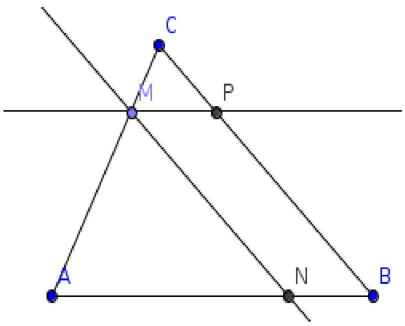
Ex 23 : ***Système de Cramer***

En interprétant le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$, comme la recherche de l'intersection de deux droites, déterminer la condition sur a, b, a' et b' pour que le système ait une solution unique .

Ex 24 : ***Utilisation des coordonnées.***

Soit ABC un triangle . On considère un point M de la droite (AC) défini par $\overrightarrow{AM}=t\,\overrightarrow{AC}$ (avec $t\neq 0$).

La parallèle à (AB) passant par M coupe (BC) en P et la parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en N.



1) a) Déterminer les coordonnées des points A, B , C , M et N dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC) . En déduire les coordonnées du point P.

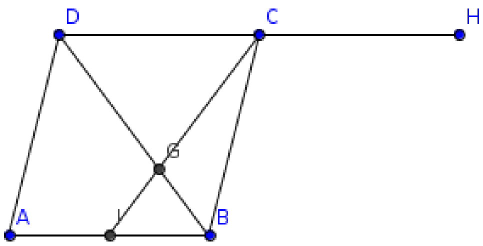
2) Soit K un point de la droite (AB) défini par $\overrightarrow{AK}=k\,\overrightarrow{AB}$ (avec $k\neq 2$).
a) Compléter la figure.

b) Calculer t en fonction de k pour que les droites (PN) et (CK) soient parallèles.

c) Effectuer les constructions pour $k=\dfrac{1}{2}$ et pour $k=-1$.

Ex 25 : ***Choisir une décomposition pertinente.***

Soit ABCD un parallélogramme.
Soit I le milieu de [AB] et H le symétrique du point D par rapport au point C. Les droites (IC) et (DB) se coupent au point G.



1) Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC.

2) Montrer que les points A, G et H sont alignés.

Ex 26 : ***Algorithme*** (consulter colinearite_droites_algo26.htm)

Compléter les pointillés.

```
Lire xA,yA,xB,yB,xC,yC
Si ((xB-xA)*(yC-yA)-(yB-yA)*(xC-xA)==0) alors
        afficher (….
Finsi
Sinon
        afficher (….
FinSinon
```