

- Durée 2h - Calculatrices autorisées

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées.

Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

Ex 1 :

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête égale à 1.

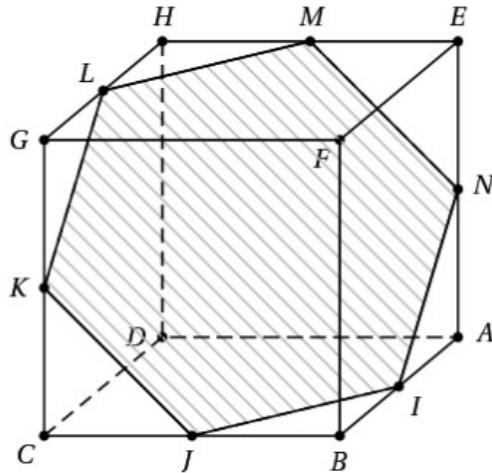
L'espace est muni du repère orthonormé

$(D; \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH})$.

Dans ce repère, on a :

$D(0; 0; 0)$, $C(1; 0; 0)$, $A(0; 1; 0)$,
 $H(0; 0; 1)$ et $E(0; 1; 1)$.

Soit I le milieu de $[AB]$.



Soit \mathcal{P} le plan parallèle au plan (BGE) et passant par le point I .

On admet que la section du cube par le plan \mathcal{P} représentée ci-dessus est un hexagone dont les sommets I, J, K, L, M , et N appartiennent respectivement aux arêtes $[AB], [BC], [CG], [GH], [HE]$ et $[AE]$.

1. a. Montrer que le vecteur \overrightarrow{DF} est normal au plan (BGE) .
 b. En déduire une équation cartésienne du plan \mathcal{P} .
2. Montrer que le point N est le milieu du segment $[AE]$.
3. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HB) .
 b. En déduire que la droite (HB) et le plan \mathcal{P} son sécants en un point T dont on précisera les coordonnées.
4. Calculer, en unités de volume, le volume du tétraèdre $FBGE$.*

Ex 2 :

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

Partie A

En utilisant sa base de données, la sécurité sociale estime que la proportion de Français présentant, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme est de 10 %. L'étude a également permis de prouver que 30 % des Français présentant, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme, seront victimes d'un accident cardiaque au cours de leur vie alors que cette proportion n'atteint plus que 8 % pour ceux qui ne souffrent pas de cette malformation congénitale.

On choisit au hasard une personne dans la population française et on considère les évènements :

M : « La personne présente, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme »

C : « La personne est victime d'un accident cardiaque au cours de sa vie ».

1. a. Montrer que $P(M \cap C) = 0,03$.
 b. Calculer $P(C)$.
2. On choisit au hasard une victime d'un accident cardiaque. Quelle est la probabilité qu'elle présente une malformation cardiaque de type anévrisme?

Partie B

La sécurité sociale décide de lancer une enquête de santé publique, sur ce problème de malformation cardiaque de type anévrisme, sur un échantillon de 400 personnes, prises au hasard dans la population française.

On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de personnes de l'échantillon présentant une malformation cardiaque de type anévrisme.

1. Définir la loi de la variable aléatoire X .
2. Déterminer $P(X = 35)$.
3. Déterminer la probabilité que 30 personnes de ce groupe, au moins, présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.

Partie C

1. On considère la variable aléatoire F , définie par $F = \frac{X}{400}$, X étant la variable aléatoire de la partie B.
Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique de la variable aléatoire F au seuil de 95 %.
2. Dans l'échantillon considéré, 60 personnes présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.
Qu'en pensez-vous ?

Ex 3 :

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si chacune d'elles est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Dans les questions 1. et 2., le plan est rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A, B, C, D et E d'affixes respectives :

$$a = 2 + 2i, \quad b = -\sqrt{3} + i, \quad c = 1 + i\sqrt{3}, \quad d = -1 + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{et} \quad e = -1 + (2 + \sqrt{3})i.$$

1. **Affirmation 1 :** les points A, B et C sont alignés.
2. **Affirmation 2 :** les points B, C et D appartiennent à un même cercle de centre E.
3. **Affirmation 3 :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie $|z - i| = |z + 1|$ est une droite.
4. **Affirmation 4 :** Le nombre complexe $(1 + i\sqrt{3})^{1000}$ est un nombre réel

Correction :

Ex 1 : Antilles–Guyane : juin 2016

Ex 2 : Amérique du sud : nov 2013

Ex 3 : Asie juin 2013 + Métropole juin 2013