TS 8 **Devoir Surveillé n ° 7**

- Durée 1 h 15
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 10 pts **2)** 4 pts **3)** 2 pts **4)** 4 pts	

Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …

Ex 1 :

Dans cet exercice, on étudie quelques grandeurs caractéristiques du fonctionnement des parkings d'une ville.
Dans tout l'exercice, les probabilités seront données avec une précision de 10^{-4}.

Les parties A, B, *et* C *sont indépendantes*

Partie A - Durée d'attente pour entrer dans un parking souterrain

On appelle durée d'attente le temps qui s'écoule entre le moment où la voiture se présente à l'entrée du parking et le moment où elle franchit la barrière d'entrée du parking. Le tableau suivant présente les observations faites sur une journée.

Durée d'attente en minute	$[0;2[$	$[2;4[$	$[4;6[$	$[6;8[$
Nombre de voitures	75	19	10	5

1. Proposer une estimation de la durée d'attente moyenne d'une voiture à l'entrée du parking.
2. On décide de modéliser cette durée d'attente par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ (exprimé en minute).
   a. Justifier que l'on peut choisir $\lambda = 0,5$ min.
   b. Une voiture se présente à l'entrée du parking. Quelle est la probabilité qu'elle mette moins de deux minutes pour franchir la barrière ?
   c. Une voiture attend à l'entrée du parking depuis une minute. Quelle est la probabilité qu'elle franchisse la barrière dans la minute suivante ?

Partie B - Durée et tarifs de stationnement dans ce parking souterrain

Une fois garée, la durée de stationnement d'une voiture est modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 70$ min et d'écart-type $\sigma = 30$ min.

1. a. Quelle est la durée moyenne de stationnement d'une voiture ?
   b. Un automobiliste entre et se gare dans le parking. Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement dépasse deux heures ?
   c. À la minute près, quel est le temps maximum de stationnement pour au moins 99 % des voitures ?

2. La durée de stationnement est limitée à trois heures. Le tableau donne le tarif de la première heure et chaque heure supplémentaire est facturée à un tarif unique. Toute heure commencée est due intégralement.

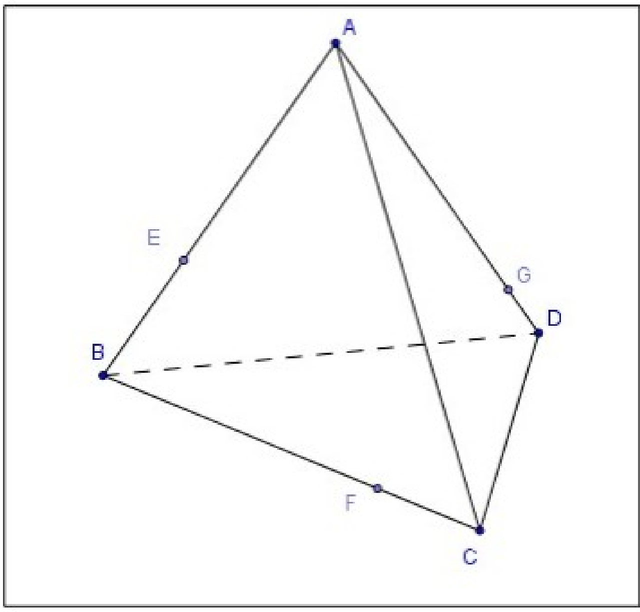
Durée de stationnement	Inférieure à 15 min	Entre 15 min et 1 h	Heure supplémentaire
Tarif en euros	Gratuit	3,5	t

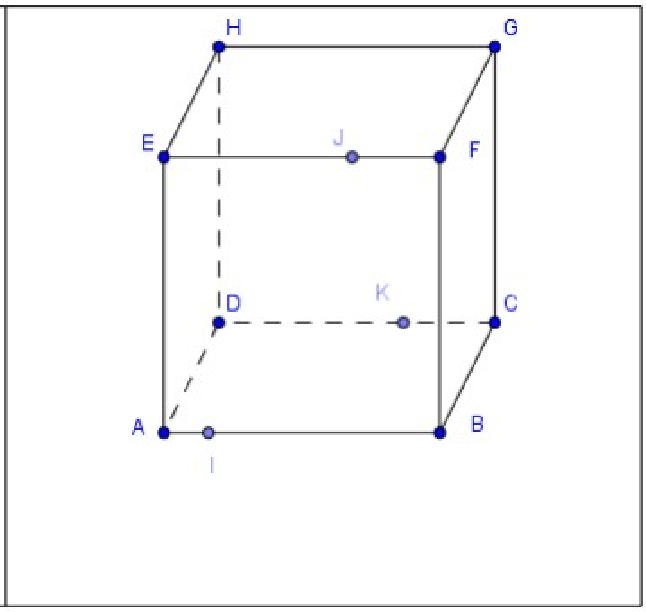
Déterminer le tarif t de l'heure supplémentaire que doit fixer le gestionnaire du parking pour que le prix moyen de stationnement d'une voiture soit de 5 euros.

Partie C - Temps d'attente pour se garer dans un parking de centre-ville

La durée de stationnement d'une voiture dans un parking de centre-ville est modélisée par une variable aléatoire T' qui suit une loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ'.
On sait que la moyenne du temps de stationnement dans ce parking est égale à 30 minutes et que 75 % des voitures ont un temps de stationnement inférieur à 37 minutes.
Le gestionnaire du parking vise l'objectif que 95 % des voitures aient un temps de stationnement entre 10 et 50 minutes. Cet objectif est-il atteint ?

Ex 2 : Représenter la section du tétraèdre par le plan (EFG) et la section du cube par le plan (IJK)





Ex 3 :

Soit les points A(3 ;-1;2), B(2 ;-1 ;7), C(1 ;-3;0) , $D(-3;0;5)$ et $E(-7;-2;13)$.

1) Montrer que A, B et C définissent un plan.

2) Peut-on trouver deux réels x et y tels que $\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$.

3) Que peut-on en déduire pour la droite (DE) ?

Ex 4 :

Dans chacun des cas, étudier la position relative des droites d et d' .

1)

Soit $d:\begin{cases}x=-1-3t\\y=-3+t\\z=2-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ et $d':\begin{cases}x=1-9t\\y=-1+3t\\z=3-6t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

2)

Soit $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=1+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ et $d':\begin{cases}x=-t\\y=2t\\z=8-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

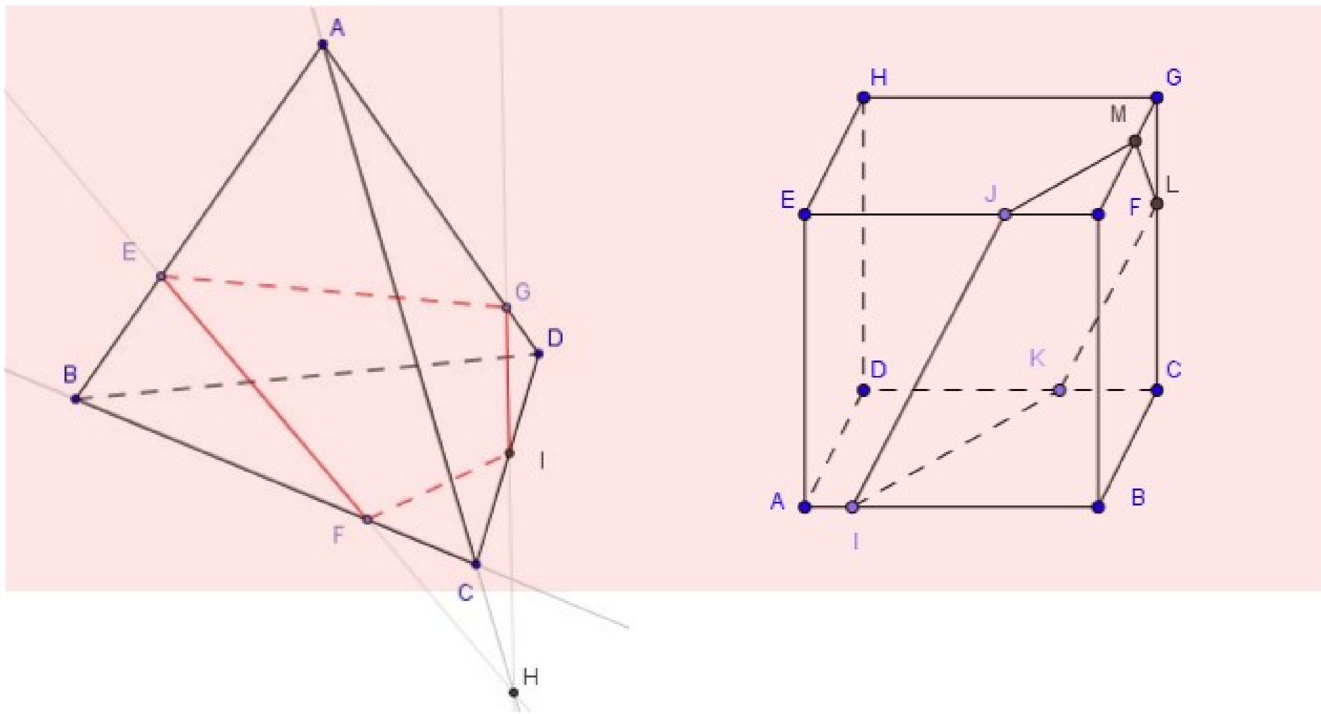
CORRECTION :

Ex 1 :

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_S_Liban_5_juin_2017_AD_FH.pdf ex2

Ex 2 :

Représenter la section du tétraèdre par le plan (EFG) et la section du cube par le plan (IJK).



Ex 3 :

Soit les points A(3 ;-1;2), B(2 ;-1 ;7), C(1 ;-3;0) , $D(-3;0;5)$ et $E(-7;-2;13)$.
1) Montrer que A, B et C définissent un plan.
2) Peut-on trouver deux réels x et y tels que $\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$.
3) Que peut-on en déduire pour la droite (DE) ?

……………………

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, ils définissent donc un plan.

2) $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-4\\-2\\8\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}-x-2y=-4\\-2y=-2\\5x-2y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-x-2y=-4\\y=1\\5x-2y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$$

Ainsi $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

3) On en déduit que (DE)//(ABC)

Ex 4 :

Dans chacun des cas, étudier la position relative des droites d et d' .

1)

Soit $d:\begin{cases} x=-1-6t \\ y=-3+2t \\ z=2-4t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ et $d':\begin{cases} x=1-9t \\ y=-1+3t \\ z=3-6t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

2)

Soit $d:\begin{cases} x=-3+2t \\ y=2t \\ z=1+6t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ et $d':\begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=8+3t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

……………………

1)

$\vec{u}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d

$\vec{u'}\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d'

$\vec{u'}=\frac{3}{2}\vec{u}$, donc $d\ //\ d'$

De plus $A(-1;-3;2)$ est un point de d (pour $t=0$)

$1-9t=-1 \Leftrightarrow t=\frac{2}{9}$ et $-1+3\times\frac{2}{9}=-\frac{1}{3}\neq -3$

Donc $A\notin d'$

Les droites d et d' sont donc strictement parallèles.

2)

$\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d est $\vec{u'}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d' .

$\vec{u}$ et $\vec{u'}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

Nous pouvons résoudre le système pour voir si elles sont sécantes ou pas !

$\begin{cases} -3+2t=s \\ 2t=-2s \\ 1+6t=8+3s \end{cases}$ … on ne trouve pas de solution.

Donc les droites ne sont ni sécantes, ni parallèles . Elles ne sont donc pas coplanaires.