TS correction DS05

Ex 1 :

Voir : ex 1 :QCM Nlle Calédonie 7 mars 2014
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_S_Caledonie_mars_2014_.pdf

sujet A : BBCCC
sujetB : AABDA

Ex 2 :

Voir : ex 3 Am sud 21 nov 2013
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_Am_du_Sud_S_21_nov_2013.pdf

Ex 3 :

1/ Soit (E) l'équation $e^x = x + a \Leftrightarrow e^x - x - a = 0$

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x - a$ donc (E) est l'équation $f(x) = 0$
Remarque, comme somme de fonctions continues et dérivables, *f* est continue et dérivable.

On a $f'(x) = e^x - 1$ et $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$

donc

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	f(0)	$\nearrow$	

Avec $f(0) = 1 - a$

Si $f(0) > 0 \Leftrightarrow a < 1$ alors $f(x) = 0$ soit (E) n'a pas de solution (*f* est minorée par un nombre strictement positif)
Si $f(0) = 0 \Leftrightarrow a = 1$ alors $f(x) = 0$ soit (E) a une unique solution (c'est x=0)
Si $f(0) < 0 \Leftrightarrow a > 1$ alors $f(x) = 0$ soit (E) a deux solutions (Théorème des bijections sur $\mathbb{R}^-$ puis sur $\mathbb{R}^+$)

2/ Soit (I) l'inéquation $e^{2x} - (1+e)e^x + e < 0$

On pose $X = e^x$ donc (I) devient $X^2 - (1+e)X + e < 0$

Par test ou par calcul, on trouve que les racines du trinôme $X^2 - (1+e)X + e$ sont 1 et e
ce trinôme est donc strictement négatif pour $X \in]1; e[$ donc l'ensemble des solutions de (I) est $]0; 1[$