TS 9 **Devoir Surveillé n ° 7**

- Durée 2 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 12 pts 2) 4 pts 3) 4 pts	

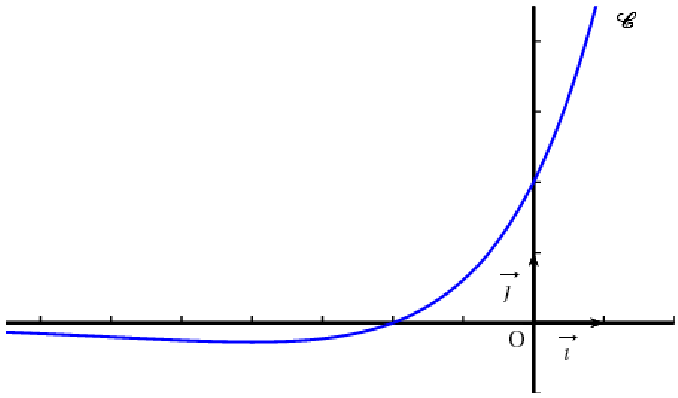
Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …

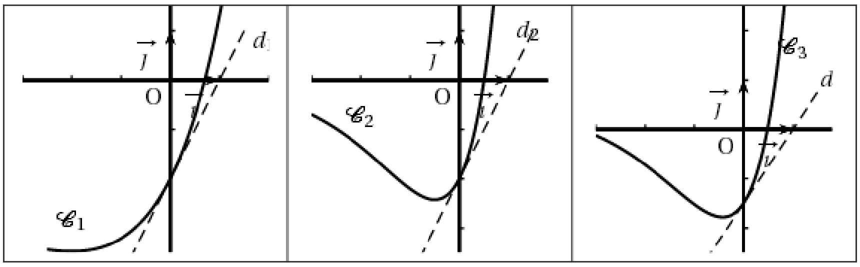
Ex 1 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie A

Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathscr{C}$ et trois autres courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ avec la tangente en leur point d'abscisse 0.





1. Donner par lecture graphique, le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. On désigne par F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   - **a.** À l'aide de la courbe $\mathscr{C}$, déterminer $F'(0)$ et $F'(-2)$.
   - **b.** L'une des courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ est la courbe représentative de la fonction F.
     Déterminer laquelle en justifiant l'élimination des deux autres.

Partie B

Dans cette partie, on admet que la fonction f évoquée dans la **partie A** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}.$$

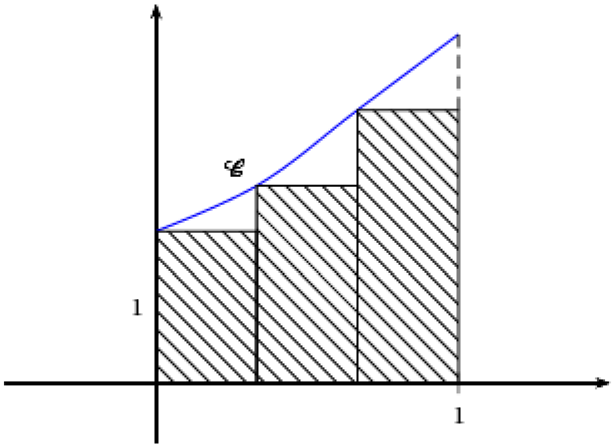
1. L'observation de la courbe $\mathscr{C}$ permet de conjecturer que la fonction f admet un minimum.
   - **a.** Démontrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{1}{2}(x+4)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.
   - **b.** En déduire une validation de la conjecture précédente.
2. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - **a.** Interpréter géométriquement le réel I.
   - **b.** Soient u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x$ et $v(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.
     Vérifier que $f = 2\left(u'v + uv'\right)$.
   - **c.** En déduire la valeur exacte de l'intégrale I.

3. On donne l'algorithme ci-dessous.

Variables :	k et n sont des nombres entiers naturels. s est un nombre réel.
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n.
Initialisation :	Affecter à s la valeur 0.
Traitement :	Pour k allant de 0 à $n-1$ |Affecter à s la valeur $s+\frac{1}{n}f\left(\frac{k}{n}\right)$. Fin de boucle.
Sortie :	Afficher s.

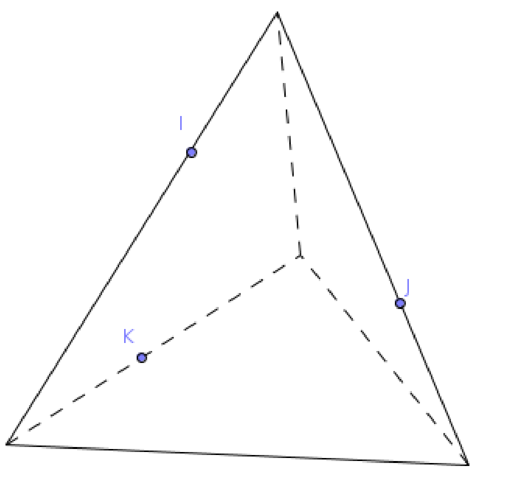
On note s_n le nombre affiché par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre un entier naturel strictement positif comme valeur de n.

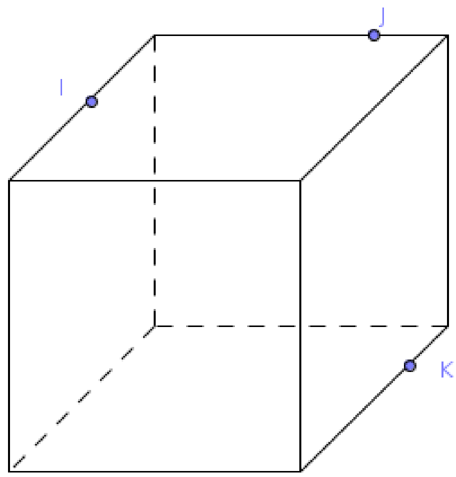
a. Justifier que s_3 représente l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique ci-dessous où les trois rectangles ont la même largeur.



b. Que dire de la valeur de s_n fournie par l'algorithme proposé lorsque n devient grand ?

Ex 2 : Dans chacun des cas, déterminer la section du solide par le plan (IJK)





Ex 3 :

On considère les droites : $d_1:\begin{cases}x=-t\\y=3+t\\z=1+2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$, $d_2:\begin{cases}x=-3+t\\y=6-t\\z=7-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ et $d_3:\begin{cases}x=-2+4t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

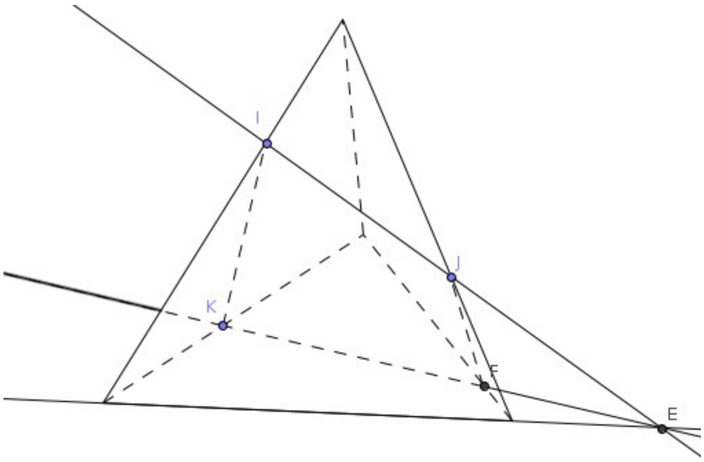
1) Montrer que ces trois droites sont concourantes en un point dont on déterminera les coordonnées.

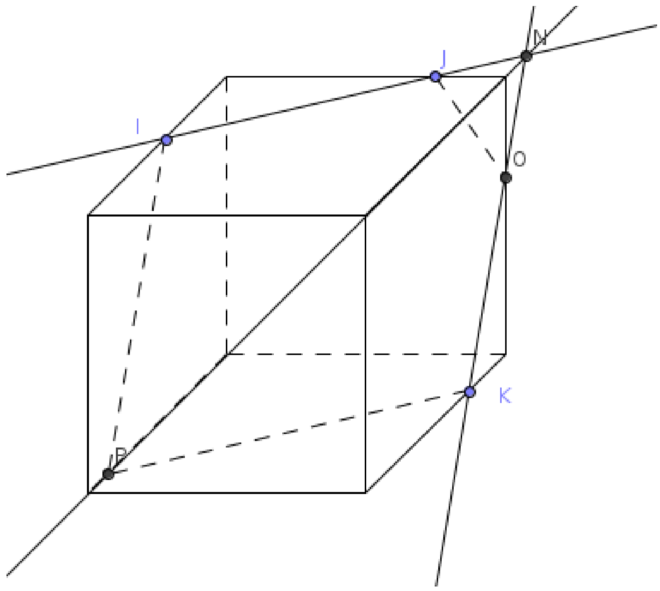
2) Ces droites sont-elles coplanaires ?

Correction :

Ex 1 : http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_Metropole_S_sept_2013.pdf

Ex 2 :





Ex 3 :

On considère les droites : $d_1 : \begin{cases} x=-t \\ y=3+t \\ z=1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, $d_2 : \begin{cases} x=-3+t \\ y=6-t \\ z=7-2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et $d_3 : \begin{cases} x=-2+4t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

1) Montrer que ces trois droites sont concourantes en un point dont on déterminera les coordonnées.
2) Ces droites sont-elles coplanaires ?

1)

Les vecteurs directeurs des trois droites sont respectivement : $\vec{n_1} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{n_2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{n_3} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

On constate que $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont coliéaires.
On en déduit que d_1 et d_2 sont parallèles.

De plus A(0;3;1) appartient à d_1 ($t=0$) et appartient à d_2 ($t=3$)
Ainsi d_1 et d_2 sont confondues.

On cherche l'intersection entre d_1 et d_3 .

$$\begin{cases} -t=-2+4k \\ 3+t=1+4k \\ 1+t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\dfrac{1}{2} \\ t=0 \end{cases}$$

En prenant $t=0$ dans l'équation de d_1 on obtient $\mathrm{A}(0;3;1)$.

Donc les droites d_1 et d_3 sont concourantes en A.

2) Deux droites sécantes sont coplanaires ...