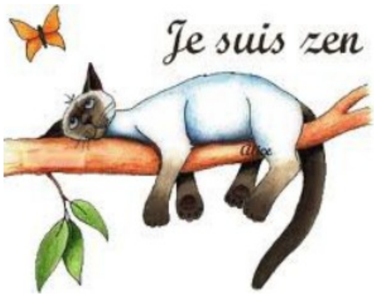
TS 7 **Devoir Surveillé n ° 4**

Durée 1 h - Calculatrices autorisées - Téléphones portables interdits
Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …

Baccalauréat S Asie 18 juin 2013 : http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Asie_S_correction_juin_2013.pdf



On considère les fonctions f et g définies pour tout réel x par :

$$f(x) = e^x \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - e^{-x}.$$

Les courbes représentatives de ces fonctions dans un repère orthogonal du plan, notées respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sont fournies en annexe.

Partie A

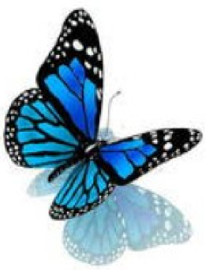
Ces courbes semblent admettre deux tangentes communes. Tracer aux mieux ces tangentes sur la figure de l'annexe.

Partie B

Dans cette partie, on admet l'existence de ces tangentes communes.
On note $\mathscr{D}$ l'une d'entre elles. Cette droite est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse a et tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point B d'abscisse b.

1. **a.** Exprimer en fonction de a le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
   b. Exprimer en fonction de b le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point B.
   c. En déduire que $b = -a$.
2. Démontrer que le réel a est solution de l'équation

$$2(x-1)e^x + 1 = 0.$$



Partie C

On considère la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\varphi(x) = 2(x-1)e^x + 1.$$

1. **a.** Calculer les limites de la fonction φ en $-\infty$ et $+\infty$.
   b. Calculer la dérivée de la fonction φ, puis étudier son signe.
   c. Dresser le tableau de variation de la fonction φ sur $\mathbb{R}$. Préciser la valeur de $\varphi(0)$.
2. **a.** Démontrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$.
   b. On note α la solution négative de l'équation $\varphi(x) = 0$ et β la solution positive de cette équation.
   À l'aide d'une calculatrice, donner les valeurs de α et β arrondies au centième.

B O N U S

Que si les autres questions sont faites

Partie D

Dans cette partie, on démontre l'existence de ces tangentes communes, que l'on a admise dans la partie B.
On note E le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse α et F le point de la courbe $\mathscr{C}_g$ d'abscisse $-\alpha$ (α est le nombre réel défini dans la partie C).

1. Démontrer que la droite (EF) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point E.
2. Démontrer que (EF) est tangente à $\mathscr{C}_g$ au point F.