Tcomp **Devoir surveillé n ° 5**

- Durée 1h
- Calculatrices interdites

Barème :	**Nom :**
1) 10 pts **2)** 10	

Ex 1 : Dans chaque déterminer une primitive sur I de la fonction proposée :

1) $f(x)=7x^3-\frac{3}{x}$ sur $[0;+\infty[$

2) $g(x)=\frac{1}{4}\mathrm{e}^x+2x$ sur $\mathbb{R}$

3) $h(x)=(2x-1)\mathrm{e}^{x^2-x+4}$ sur R

4) $i(x)=\frac{x+1}{x^2+2x}$ sur $]0;+\infty[$

5) $j(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

Ex 2 : Soit l'équation différentielle $(\mathrm{E}) : y' - 3y = -2\mathrm{e}^x - 3x^2 + 2x$

1) Résoudre l'équation différentielle $(\mathrm{E}_0) : y' - 3y = 0$.

2) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \mathrm{e}^x + x^2$ est une solution de l'équation différentielle (E) .

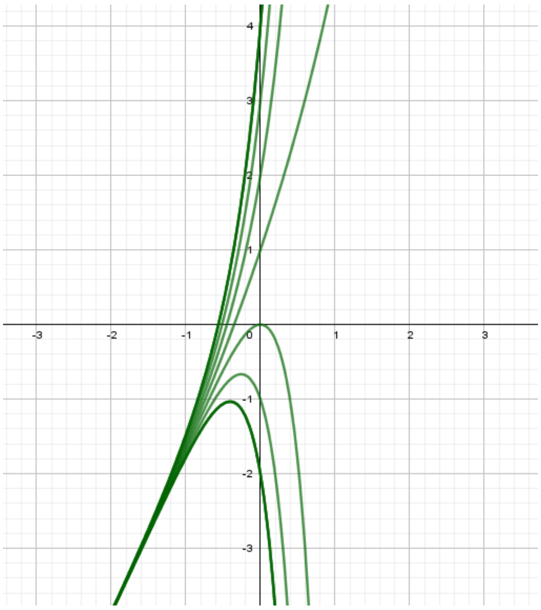
Propriété :

Pour trouver **TOUTES** les solutions de l'équation complète (E) , il suffit de trouver les solutions de l'équation homogène associée (E_0) , et de leurs ajouter **UNE** solution particulière de l'équation complète.

3) En appliquant la propriété ci-dessus, déduire des deux questions précédentes l'ensemble des solutions de (E) .

4) Déterminer la solution h de (E) qui vérifie la condition initiale $h(0) = 2$

5) Parmi les courbes ci-contre, déterminer celle qui représente la solution de l'équation différentielle (E) , vérifiant $h(0) = -1$



Correction :

Ex 1 :

Dans chaque déterminer une primitive sur I de la fonction proposée :

1) $f(x)=7x^3-\frac{3}{x}$ sur $[0;+\infty[$

$F(x)=\frac{7}{4}x^4-3\ln(x)$

2) $g(x)=\frac{1}{4}e^x+2x$ sur $\mathbb{R}$

$G(x)=\frac{1}{4}e^x+x^2$

3) $h(x)=(2x-1)e^{x^2-x+4}$ sur $\mathbb{R}$

$H(x)=e^{x^2-x+4}$

4) $i(x)=\frac{x+1}{x^2+2x}$ sur $]0;+\infty[$

$I(x)=\frac{1}{2}\ln(x^2+2x)$

5) $j(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

$J(x)=6e^{\sqrt{x}}$

Ex 2 :

1) Les solutions de l'équation différentielle (E_0) sont les fonctions de la forme $f(x)=k e^{3x}$ où $k\in\mathbb{R}$

2) g est dérivable sur $\mathbb{R}$ par somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :

$$g'(x)=e^x+2x$$

et :

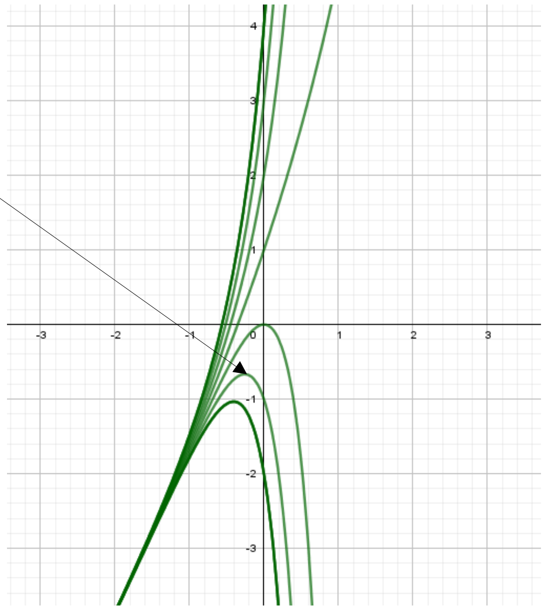
$$g'(x)-3g(x)=e^x+2x-3(e^x+x^2)=-2e^x-3x^2+2x$$

g est donc bien une solution de (E).

3) Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions de la forme $h(x)=k e^{3x}+e^x+2x$ où $k\in\mathbb{R}$

4) $h(0)=2 \Leftrightarrow k+1=2 \Leftrightarrow k=1$

5)


-3
-2
-1
0
1
2
3
4
3
2
1
-1
-2
-3