Tcomp **Devoir surveillé n ° 2**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 10 pts **2)** 4 pts 3 **)** 6 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : Vrai ou faux (bonne réponse +1 \ mauvaise réponse -0,5 \ pas de réponse 0)

Questions	Réponses
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et C sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. Si C se situe au-dessous de la droite d'équation $y=-1$, les résultats suivants sont-ils possibles ?	
$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$	1 :
$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	2 :
Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.	
Si $\lim_{x\to2} f(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to2} g(x)=-\infty$, alors $\lim_{x\to2} \frac{f(x)}{g(x)}=1$	3 :
Si $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, alors $\lim_{x\to+\infty} f(x)\times g(x)=-\infty$	4 :
Si $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-12$ et $\lim_{x\to-\infty} g(x)=0^-$, alors $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$	5 :
Pour que $\lim_{x\to+\infty} (f(x)g(x))=0$, il faut que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	6 :
Pour que $\lim_{x\to+\infty} (f(x)g(x))=0$, il suffit que $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$	7 :
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.	
Si f change de signe sur I, alors f s'annule sur I.	8 :
Si $I=[a;b]$, $f(a)f(b)<0$ et f est continue sur I, alors f s'annule sur I.	9 :
Si f s'annule une unique fois sur I et f est continue sur I, alors f est strictement monotone sur I.	10 :

Ex 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{5x^2+x}{2x^2+3}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3) Que peut-on en déduire pour C_f la courbe représentative de f ?

<u>Ex 3 :</u> On donne le tableau de variation d'une fonction f continue sur chacun des intervalles où elle est définie.

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
f	5	↘	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

1) Déterminer et donner les équations des asymptotes à C_f , courbe représentative de f .

2) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-\infty;-1[$?

3) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-1;+\infty[$?

4) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

correction :

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : Vrai ou faux (bonne réponse +1 \ mauvaise réponse -0,5 \ pas de réponse 0)

Questions	Réponses
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et C sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Si C se situe au-dessous de la droite d'équation $y=-1$, les résultats suivants sont-ils possibles ?	
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$	1 : Vrai
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$	2 : Vrai
Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.	
Si $\lim_{x \to 2} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to 2} g(x) = -\infty$, alors $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$	3 :Faux
Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$, alors $\lim_{x \to +\infty} f(x) \times g(x) = -\infty$	4 : Vrai
Si $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -12$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 0^-$, alors $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$	5 : Vrai
Pour que $\lim_{x \to +\infty} (f(x) g(x)) = 0$, il faut que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	6 : Faux
Pour que $\lim_{x \to +\infty} (f(x) g(x)) = 0$, il suffit que $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$	7 : Faux
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.	
Si f change de signe sur I, alors f s'annule sur I.	8 : Faux
Si $I = [a; b]$, $f(a) f(b) < 0$ et f est continue sur I, alors f s'annule sur I.	9 : Vrai
Si f s'annule une unique fois sur I et f est continue sur I, alors f est strictement monotone sur I.	10 : Faux

Ex 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{5x^2 + x}{2x^2 + 3}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

f est définie sur $\mathbb{R}$

2) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

Pour tout réel x non nul, on a $f(x) = \frac{x^2\left(5 + \frac{1}{x}\right)}{x^2\left(2 + \frac{3}{x^2}\right)} = \frac{5 + \frac{1}{x}}{2 + \frac{3}{x^2}}$

On a $\lim_{x \to +\infty} 5 + \frac{1}{x} = 5$ et $\lim_{x \to +\infty} 2 + \frac{3}{x^2} = 2$

Donc par quotient $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$

Le résultat est identique en $-\infty$

3) Que peut-on en déduire pour C_f la courbe représentative de f ?

La droite d'équation $y = \frac{5}{2}$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty$ et en $-\infty$

Ex 3 :

On donne le tableau de variation d'une fonction f continue sur chacun des intervalles où elle est définie.

x	$-\infty$		-4		-1			$+\infty$
f	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$		$\searrow$	$-\infty$

1) Déterminer et donner les équations des asymptotes à C_f , courbe représentative de f .

La droite d'équation $x=-1$ est asymptote verticale à C_f
La droite d'équation $y=5$ est asymptote horizontale à C_f en - ∞ .

2) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-\infty;-1[$?

Sur $]-\infty;-1[$, f admet pour minimum 3 donc l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution.

3) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-1;+\infty[$?

f est continue et strictement décroissante sur $]-1;+\infty[$.
$\lim\limits_{x\to -1+} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
Comme $0\in\left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x);\lim\limits_{x\to-1+} f(x)\right[$, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur I.

4) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

- f s'annule en α
- f est strictement positive sur $]-\infty;-1[$ et sur $]-1;\alpha[$
- f est strictement négative sur $]\alpha;+\infty[$