

Ex 1 : Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1) $\sqrt{2}x+6=\sqrt{8}x+8$

2) $x(x-7)=-11(x-7)$

3) $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2+(x+5)^2$

4) $x(3x^2-7)>3x(x^2+6)$

5) $\frac{x-4}{x-2}=\frac{x}{x-2}$

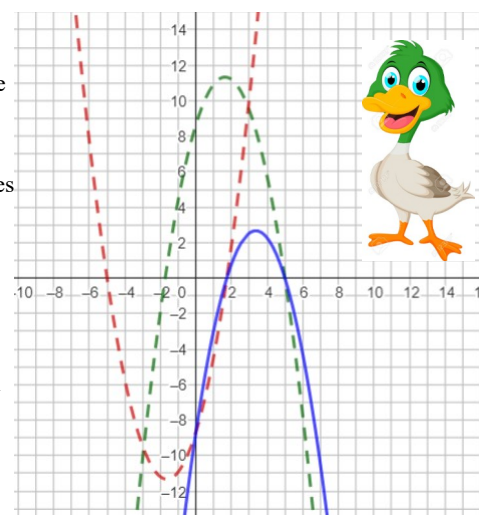
Ex 2 :

1) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+\sqrt{3})(5-x)<0$

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+\sqrt{3})(5-x)$

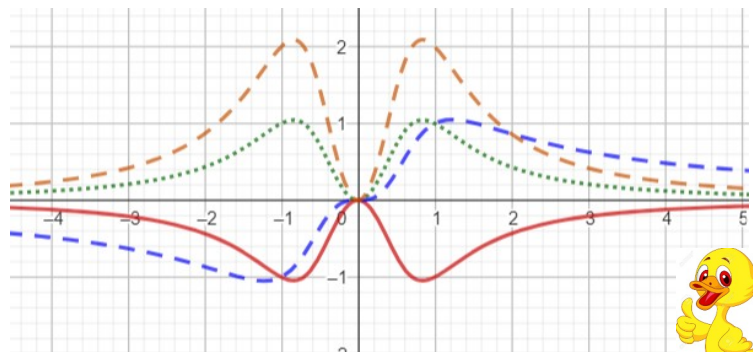
Ci-contre sont représentées les courbes de trois fonctions dont celle de f .

Colorier en vert avec des petits points roses, la (ou les) partie(s) de la représentation graphique de f vérifiant $f(x)<0$.



Ex 3 : Résoudre l'inéquation suivante $\frac{4x-15}{3x-10} \geq 0$

2) Parmi les représentations ci-dessous indiquer en utilisant le fameux stylo vert à points roses la courbe représentative de f



3) En déduire la résolution graphique de l'équation $4x^2 = 2x^4 + x^2 + 1$ dans l'intervalle $[-3; 3]$.

Ex 4 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4x^2}{2x^4 + x^2 + 1}$

1) Etudier la parité de la fonction f .

4) On aimerait maintenant avoir un programme en python donnant tous les entiers de l'intervalle $[-10; 10]$ tels que $f(x) \leq x^2$.

Compléter ce programme afin qu'il réponde au problème :

```
1 def f(x):
2     y=4*x**2/(2*x**4+x**2+1)
3     return(y)
4
5 for i in range( ..... ):
6     if ( ..... ):
7         print(i)
```

5) Que peut-on dire de la parité de la fonction g , définie par $g(x) = x f(x)$?

Ex 5 : AVEC LA CALCULATRICE

Dans chacun des cas, en utilisant la calculatrice, conjecturer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ où f est la fonction définie par :

a) $f(x) = x^4 - 10x^3 + 5x^2$

b) $f(x) = x^4 - \frac{51}{50}x^3 + \frac{181}{10000}x^2 + \frac{6}{3125}x^2 - \frac{1}{50000}$



Correction :

Ex 1 :

$$\begin{aligned}
 1) \quad \sqrt{2}x+6 &= \sqrt{8}x+8 \Leftrightarrow \sqrt{2}x-\sqrt{8}x=2-8 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{2}x-2\sqrt{2}x=-6 \\
 &\Leftrightarrow -\sqrt{2}x=-6 \\
 &\Leftrightarrow x=\frac{6}{\sqrt{2}} \\
 &\Leftrightarrow x=\frac{6\sqrt{2}}{2} \\
 &\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Donc $S=\{3\sqrt{2}\}$

$$\begin{aligned}
 2) \quad x(x-7) &= -11(x-7) \Leftrightarrow x(x-7)+11(x-7)=0 \\
 &\Leftrightarrow (x+11)(x-7)=0 \\
 &\Leftrightarrow x+11=0 \text{ ou } x-7=0 \\
 &\Leftrightarrow x=-11 \text{ ou } x=7
 \end{aligned}$$

Donc $S=\{-11; 7\}$

$$\begin{aligned}
 3) \quad (x+1)^2+(x+2)^2 &= (x+3)^2+(x+5)^2 \\
 &\Leftrightarrow x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9+x^2+10x+25 \\
 &\Leftrightarrow 6x+5=16x+34 \\
 &\Leftrightarrow 6x-16x=34-5 \\
 &\Leftrightarrow -10x=29 \\
 &\Leftrightarrow x=-\frac{29}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad x(3x^2-7) &> 3x(x^2+6) \Leftrightarrow 3x^3-7x > 3x^3+18x \\
 &\Leftrightarrow -7x > 18x \\
 &\Leftrightarrow 0 > 25x \\
 &\Leftrightarrow 0 > x
 \end{aligned}$$

$S=\mathbb{R}^*$

$$5) \quad \frac{x-4}{x-2} = \frac{x}{x-2}$$

Pour $x \neq 2$, on a :

$$\begin{aligned}
 \frac{3x-12}{x-2} &= \frac{3x}{x-2} \Leftrightarrow (3x-12)(x-2)=3x(x-2) \\
 &\Leftrightarrow 3x^2-6x-12x+24=3x^2-6x \\
 &\Leftrightarrow -12x+24=0 \\
 &\Leftrightarrow x=2
 \end{aligned}$$

Ce qui est impossible ! Donc $S=\emptyset$

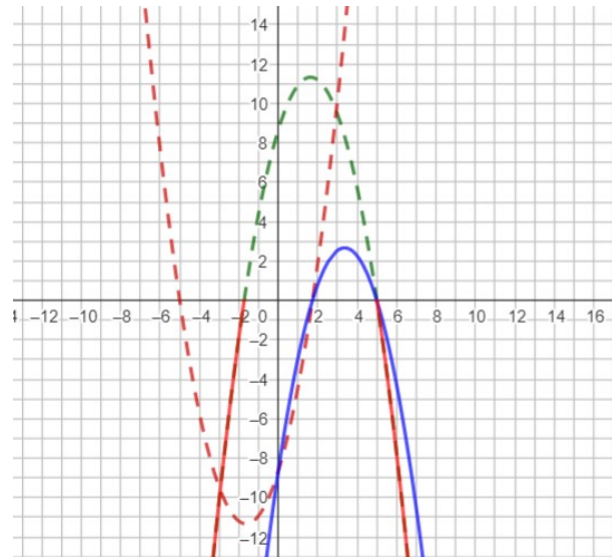
Ex 2 :

1) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+\sqrt{3})(5-x) < 0$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	5	$+\infty$
$x+\sqrt{3}$	-	0	+	+
$5-x$	+	+	0	-
$(x+\sqrt{3})(5-x)$	-	0	+	-

Donc $S]=-\infty; -\sqrt{3}[\cup]5; +\infty[$

2)



Ex 3 :

Résoudre l'inéquation suivante $\frac{4x-15}{3x-10} \geq 0$ à finir

x	$-\infty$	$\frac{10}{3}$	$\frac{15}{4}$	$+\infty$
$4x-15$	-	-	0	+
$3x-10$	-	0	+	+
$\frac{4x-15}{3x-10}$	+	-	0	+

Ainsi $S]=-\infty; \frac{10}{3}[\cup]\frac{15}{4}; +\infty[$

Ex 4 :

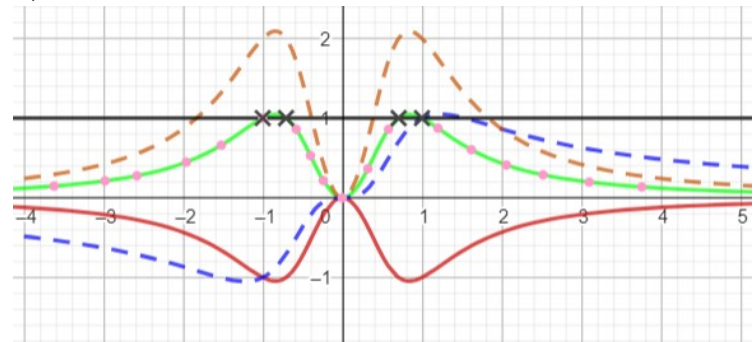
1) f est définie sur $\mathbb{R}$ qui est bien centré en 0.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(-x) = \frac{4(-x)^2}{2(-x)^4 + (-x)^2 + 1} = -\frac{4x^2}{2x^4 + x^2 + 1} = f(x)$$

La fonction f est donc paire.

2)



$$3) \quad 4x = 2x^4 + x^2 + 1 \Leftrightarrow \frac{4x}{2x^4 + x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow f(x) = 1$$

On conjecture que les solutions sont environ -1, -0,7, 0,7 et 1

4)

1	def f(x):
2	y=4*x**2/(2*x**4+x**2+1)
3	return(y)
4	
5	for i in range(-10,11):
6	if (f(i)<=i**2):
7	print(i)

5) On a $g(x) = -xf(-x) = -xf(x)$.
Cette fonction est donc impaire.

Ex 5 :

a) On conjecture qu'il y a 3 solutions

b) On conjecture qu'il y a 4 solutions