

Ex 1 : Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1) $\sqrt{2}x+6=\sqrt{8}x+2$

2) $x(x-7)=-5(x-7)$

3) $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2+(x+4)^2$

4) $x(3x-7)>3x(x+6)$

5) $\frac{x-4}{x-2}=\frac{x}{x-2}$

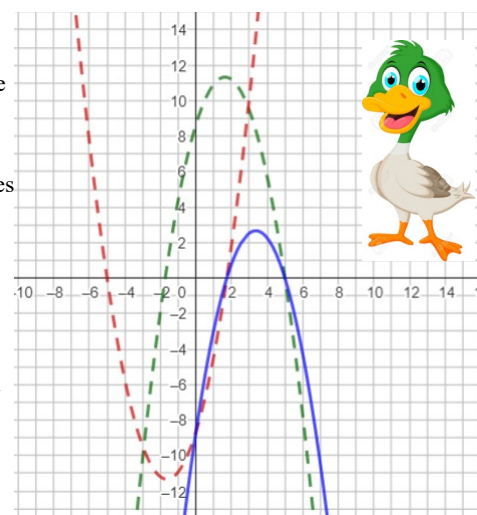
Ex 2 :

1) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+\sqrt{3})(5-x)<0$

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+\sqrt{3})(5-x)$

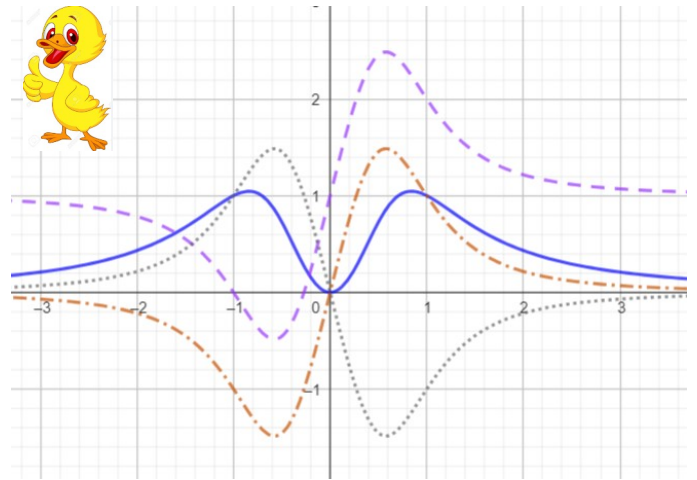
Ci-contre sont représentées les courbes de trois fonctions dont celle de f .

Colorier en vert avec des petits points roses, la (ou les) partie(s) de la représentation graphique de f vérifiant $f(x)<0$.



Ex 3 : Résoudre l'inéquation suivante $\frac{2x-7}{3x-10} \geq 0$

2) Parmi les représentations ci-dessous indiquer en utilisant le fameux stylo vert à points roses la courbe représentative de f



3) En déduire la résolution graphique de l'équation $4x = 2x^4 + x^2 + 1$ dans l'intervalle $[-3; 3]$.

Ex 4 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4x}{2x^4 + x^2 + 1}$

1) Etudier la parité de la fonction f .

4) On aimerait maintenant avoir un programme en python donnant tous les entiers de l'intervalle $[-10; 10]$ tels que $f(x) \leq x$.

Compléter ce programme afin qu'il réponde au problème :

1	def f(x):
2	y=4*x/(2*x**4+x**2+1)
3	return(y)
4	
5	for i in range(.....):
6	if (.....):
7	print(i)

5) Que peut-on dire de la parité de la fonction g , définie par $g(x) = x f(x)$?



Ex 5 : AVEC LA CALCULATRICE

Dans chacun des cas, en utilisant la calculatrice, conjecturer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ où f est la fonction définie par :

a) $f(x) = x^4 - 10x^3 + 5x^2$

b) $f(x) = x^4 - \frac{51}{50}x^3 + \frac{181}{10000}x^2 + \frac{6}{3125}x - \frac{1}{50000}$

Correction :

Ex 1 :

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt{2}x+6 &= \sqrt{8}x+2 \Leftrightarrow \sqrt{2}x-\sqrt{8}x=2-6 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2}x-2\sqrt{2}x=-4 \\ &\Leftrightarrow -\sqrt{2}x=-4 \\ &\Leftrightarrow x=\frac{4}{\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow x=\frac{4\sqrt{2}}{2} \\ &\Leftrightarrow x=2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Donc $S=[2\sqrt{2}]$

$$\begin{aligned} 2) \quad x(x-7) &= -5(x-7) \Leftrightarrow x(x-7)+5(x-7)=0 \\ &\Leftrightarrow (x+5)(x-7)=0 \\ &\Leftrightarrow x+5=0 \text{ ou } x-7=0 \\ &\Leftrightarrow x=-5 \text{ ou } x=7 \end{aligned}$$

Donc $S=[-5;7]$

$$\begin{aligned} 3) \quad (x+1)^2+(x+2)^2 &= (x+3)^2+(x+4)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9+x^2+8x+16 \\ &\Leftrightarrow 6x+5=14x+25 \\ &\Leftrightarrow 6x-14x=25-5 \\ &\Leftrightarrow -8x=20 \\ &\Leftrightarrow x=-\frac{20}{8} \\ &\Leftrightarrow x=-\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad x(3x-7) &> 3x(x+6) \Leftrightarrow 3x^2-7x > 3x^2+18x \\ &\Leftrightarrow -7x > 18x \\ &\Leftrightarrow 0 > 25x \\ &\Leftrightarrow 0 > x \end{aligned}$$

$S=\mathbb{R}^*_-$

$$5) \quad \frac{x-4}{x-2} = \frac{x}{x-2}$$

Pour $x \neq 2$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{x-2} &= \frac{x}{x-2} \Leftrightarrow (x-4)(x-2)=x(x-2) \\ &\Leftrightarrow x^2-2x-4x+8=x^2-2x \\ &\Leftrightarrow -4x+8=0 \\ &\Leftrightarrow x=2 \end{aligned}$$

Ce qui est impossible ! Donc $S=\emptyset$

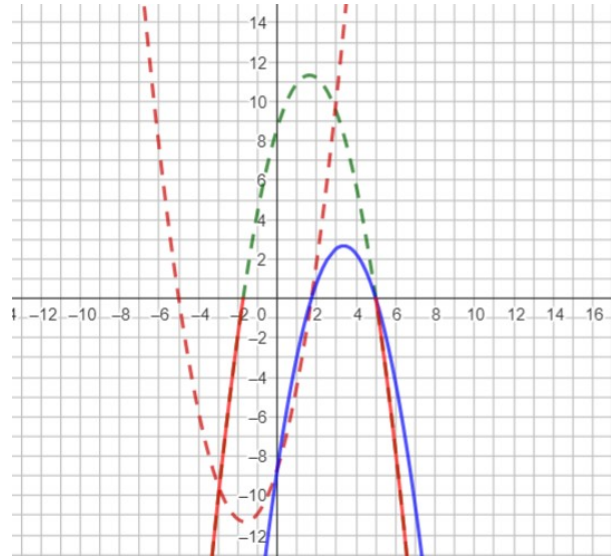
Ex 2 :

1) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+\sqrt{3})(5-x)<0$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	5	$+\infty$
$x+\sqrt{3}$	-	0	+	+
$5-x$	+	+	0	-
$(x+\sqrt{3})(5-x)$	-	0	0	-

Donc $S]=-\infty;-\sqrt{3}[\cup]5;+\infty[$

2)



Ex 3 :

Résoudre l'inéquation suivante $\frac{2x-7}{3x-10} \geq 0$ à finir

x	$-\infty$	$\frac{10}{3}$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$	
$2x-7$	-	-	0	+	
$3x-10$	-	0	+	+	
$\frac{2x-7}{3x-10}$	+		-	0	+

$$\text{Ainsi } S =]-\infty; \frac{10}{3}[\cup \left[\frac{7}{2}; +\infty \right[$$

Ex 4 :

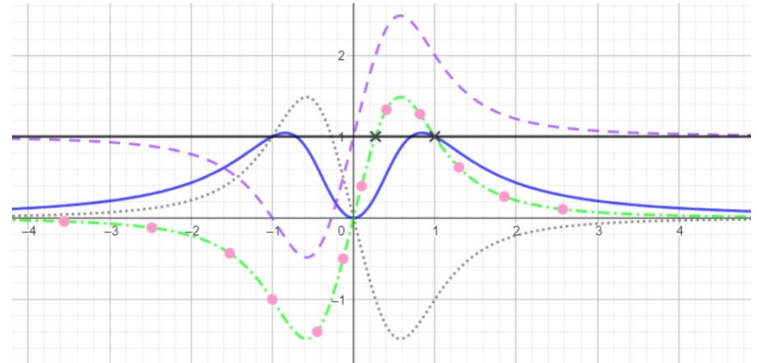
1) f est définie sur $\mathbb{R}$ qui est bien centré en 0.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(-x) = \frac{-4x}{2(-x)^4 + (-x)^2 + 1} = -\frac{4x}{2x^4 + x^2 + 1} = -f(x)$$

La fonction f est donc impaire.

2)



$$3) \quad 4x = 2x^4 + x^2 + 1 \Leftrightarrow \frac{4x}{2x^4 + x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow f(x) = 1$$

On conjecture que les solutions sont environ 0,3 et 1

4)

1	def f(x):
2	y=4*x/(2*x**4+x**2+1)
3	return(y)
4	
5	for i in range(-10,11):
6	if (f(i)<=i):
7	print(i)

5) On a $g(x) = -xf(-x) = -x(-f(x)) = xf(x)$.
Cette fonction est donc paire.

Ex 5 :

a) On conjecture qu'il y a 3 solutions

b) On conjecture qu'il y a 4 solutions