

**2nde Devoir Surveillé n° 8**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

**Barème :****1 ) 6 pts 2 ) 3 pts 3 ) 3 pts 4 ) 5 pts 5 ) 3 pts****Nom :**

**Commentaires :** Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

**Ex 1 :** Parmi les fonctions ci-dessous, indiquer les polynômes du second degré. Donner toutes les étapes de calcul.

$f(x) = -(2x+1)^2 + (2x+1) + 1$	$g(x) = (x^2+2)^2 - (x^2-2)^2$	$h(x) = 4x(x+1)^2 - x(2x-1)^2$

**Ex 2 :** Soit  $f(x) = -2x^2 + x + 7$

1 ) Déterminer par le calcul les antécédents de 7.

2 ) En exploitant la symétrie de la courbe, trouver l'axe de symétrie.

3 ) Tracer le tableau de variations de  $f$ .

**Ex 3 :**

On considère l'expérience aléatoire ci-dessous :	s ← ....
1 ) On lance successivement une pièce à deux faces numérotées 1 et 2.	c ← 0
2 ) On fait la somme des résultats obtenus	Tant que ( s ≤ .... )
3 ) On affiche le nombre de lancers nécessaires pour dépasser 50	a ← entier aléatoire compris entre 1 et ....
Compléter l'algorithme ci contre pour simuler cette expérience aléatoire.	s ← ....
	c ← ....
	FinTant que
	Afficher c

**Ex 4 :** Vrai ou faux (+0,5 par réponse juste/-0,5 par réponse fausse : une note négative est ramenée à 0 pour cet exercice)

1	La probabilité d'un événement est forcément un nombre décimal.	
2	On a toujours $P(\bar{A})=1-P(A)$	
3	Si deux événements A et B vérifient $P(A)+P(B)=1$ , alors ils sont incompatibles.	
4	La probabilité que tous les élèves aient une note inférieure à $\sqrt{401}$ est 1.	
5	Un événement est toujours constitué d'événements élémentaires équiprobables.	
6	Si $P(A)=P(B)$ , alors les événements A et B sont identiques.	
7	Si on lance 1000000 fois un dé équilibré la fréquence d'apparition de la face portant le numéro 6 est $\frac{1}{6}$ .	
8	Si la probabilité d'un événement est $\sqrt{3}$ , alors cet événement est l'événement certain.	
9	On a toujours $P(A \cap B)+P(A \cup B)=P(A)+P(B)$	
10	Si deux événements A et B ont le même nombre d'événements élémentaires, alors $P(A)=P(B)$	

**Ex 5 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  , l'inéquation suivante .  $x^2-9+(x+3)(2x+5)<0$

## Correction :

### Ex 1 :

Il faut développer et réduire pour pouvoir conclure.

$$f(x) = -(2x+1)^2 + (2x+1) + 1 = -(4x^2 + 4x + 1) + 2x + 1 + 1 = -4x^2 - 2x + 1$$

$$g(x) = (x^2 + 2)^2 - (x^2 - 2)^2 = x^4 + 4x^2 + 4 - (x^4 - 4x^2 + 4) = 8x^2$$

$$h(x) = 4x(x+1)^2 - x(2x-1)^2 = 4x(x^2 + 2x + 1) - x(4x^2 - 4x + 1)$$

$$\text{Ce qui donne } h(x) = 4x^3 + 8x^2 + 4x - 4x^3 + 4x^2 - x = 12x^2 + 3x$$

$f$ ,  $g$  et  $h$  sont donc des polynômes du second degré.

### Ex 2 :

$$\text{Soit } f(x) = -2x^2 + x + 7$$

1) Déterminer par le calcul les antécédents de 7.

$$\begin{aligned} f(x) = 7 &\Leftrightarrow -2x^2 + x + 7 = 7 \\ &\Leftrightarrow -2x^2 + x = 0 \\ &\Leftrightarrow x(-2x + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -2x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2) En exploitant la symétrie de la courbe, trouver l'axe de symétrie.

Les points d'intersection avec la droite d'équation  $y = 7$  sont symétriques par rapport à l'axe de symétrie.  
Le milieu de ces deux points est donc sur l'axe de symétrie.

$$\text{L'abscisse du milieu est } \frac{0 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

3) Tracer le tableau de variations de  $f$ .

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f$		$\frac{57}{8}$	

### Ex 3 :

On considère l'expérience aléatoire ci-dessous :

1) On lance successivement une pièce à deux faces numérotées 1 et 2.

2) On fait la somme des résultats obtenus

3) On affiche le nombre de lancers nécessaires pour dépasser 50

Compléter l'algorithme ci contre pour simuler cette expérience aléatoire.

$s \leftarrow 0$

$c \leftarrow 0$

Tant que ( $s \leq 50$ )

$a \leftarrow$  entier aléatoire compris entre 1 et 2

$s \leftarrow s + a$

$c \leftarrow c + 1$

FinTant que

Afficher c

**Ex 4 :** Vrai ou faux (+0,5 par réponse juste/-0,5 par réponse fausse : une note négative est ramenée à 0 pour cet exercice)

1	La probabilité d'un événement est forcément un nombre décimal.	F
2	On a toujours $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	V
3	Si deux événements A et B vérifient $P(A) + P(B) = 1$ , alors ils sont incompatibles.	F
4	La probabilité que tous les élèves aient une note inférieure à $\sqrt{401}$ est 1.	V
5	Un événement est toujours constitué d'événements élémentaires équiprobables.	F
6	Si $P(A) = P(B)$ , alors les événements A et B sont identiques.	F
7	Si on lance 1000000 fois un dé équilibré la fréquence d'apparition de la face portant le numéro 6 est $\frac{1}{6}$ .	F
8	Si la probabilité d'un événement est $\sqrt{3}$ , alors cet événement est l'événement certain.	F
9	On a toujours $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	V
10	Si deux événements A et B ont le même nombre d'événements élémentaires, alors $P(A) = P(B)$	F

**Ex 5 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation suivante :  $x^2 - 9 + (x+3)(2x+5) < 0$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 9 + (x+3)(2x+5) < 0 &\Leftrightarrow (x-3)(x+3) + (x+3)(2x+5) < 0 \\
 &\Leftrightarrow (x+3)(x-3+2x+5) < 0 \\
 &\Leftrightarrow (x+3)(3x+2) < 0
 \end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
$x+3$	-	0	+	+
$3x+2$	-	-	0	+
$(x+3)(3x+2)$	+	0	-	+

Donc  $S = ]-3; -\frac{2}{3}[$