

2nde4 Devoir Surveillé n° 2

- Durée 1 h
- Calculatrices inutiles et ... interdites

Barème :

1) 9 pts 2) 4 pts 3) 4 pts 4) 3 pts

Nom :

Commentaires : Les exercices précédés d'une étoile * sont à faire sur cette feuille. Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

*** Ex 1 : QUELQUES INDISPENSABLES DE COLLEGE ET DE DEBUT DE SECONDE ...**

1) Simplifier au maximum : $A = \frac{(10^{-5})^8}{10^{-3}}$	2) Résoudre l'équation suivante : $(x-3)(x-2,7)=0$	3) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (b le plus petit possible) : $B = 2\sqrt{75} - 7\sqrt{147} + \sqrt{12}$
4) Écrire le nombre $C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ sans racine carrée au dénominateur.	5) Ecrire sous forme de fraction irréductible : $D = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}$	6) Développer, puis réduire : $E = (x-1)^2 - (2x-5)^2$
7) Factoriser : $F = 45x^2y^3 - 81xy^2$	8) Factoriser : $G = (x-1)^2 - (2x-5)^2$	9) Compléter la phrase suivante en utilisant les intervalles ou les ensembles : « L'ensemble des réels x tels que $-2x+7 > 3$ » s'écrit :

*** Ex 2 :**

1) Compléter en bleu le programme écrit en Python ci-contre pour qu'il fournit les coordonnées du point Q tel que MNPQ soit un parallélogramme. (On suppose que M,N et P ne sont pas alignés).	<pre>xM=float(input("xM=")) yM=float(input("yM=")) xN=float(input("xN=")) yN=float(input("yN=")) xP=float(input("xP=")) yP=float(input("yP=")) xI=(xM+xP)/2 yI= xQ= yQ= print("xQ=",xQ) print("yQ=",yQ)</pre>

*** Ex 3 :**

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , les coordonnées des points E, F, G, H sont : E(60;40), F(80;-20), G(20;-40), H(0;20).

a) Le quadrilatère EFGH est-il un parallélogramme ? Détailler les calculs et justifier.

(Utiliser les milieux respectifs I et J de [EG] et [FH])

b) Le quadrilatère EFGH est-il un rectangle ?

*** Ex 4 :**

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , les coordonnées des points R, S, T sont : R(-2;2), S(3;3), T(4;-2).

Que peut-on dire du triangle RST ? Détailler les calculs et justifier.

Correction :

* Ex 1 : QUELQUES INDISPENSABLES DE COLLEGE ET DE DEBUT DE SECONDE ...

1) Simplifier au maximum : $A = \frac{(10^{-5})^8}{10^{-3}}$ $A = \frac{10^{-40}}{10^{-3}} = 10^{-37}$	2) Résoudre l'équation suivante : $(x-3)(x-2,7)=0$ $\Leftrightarrow x-3=0$ ou $x-2,7=0$ $\Leftrightarrow x=3$ ou $x=2,7$	3) Ecrire sous la forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ (a, b le plus petit possible) : $B = 2\sqrt{75} - 7\sqrt{147} + \sqrt{12}$ $B = 2\sqrt{25 \times 3} - 7\sqrt{49 \times 3} + \sqrt{4 \times 3}$ $B = 2 \times 5\sqrt{3} - 7 \times 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ $B = 10\sqrt{3} - 49\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ $B = -37\sqrt{3}$
4) Écrire le nombre $C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ sans racine carrée au dénominateur. $C = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})}$ $C = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{2-5}$ $C = \frac{-3}{\sqrt{6}-\sqrt{15}}$ $C = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{15}}{3-3}$	5) Ecrire sous forme de fraction irréductible : $D = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}$ $D = \frac{\frac{5}{10}-\frac{2}{10}}{\frac{9}{12}-\frac{4}{12}}$ $D = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{5}{12}}$ $D = \frac{3}{10} \times \frac{12}{5} = \frac{18}{25}$	6) Développer, puis réduire : $E = (x-1)^2 - (2x-5)^2$ $E = x^2 - 2x + 1 - (4x^2 - 20x + 25)$ $E = -3x^2 + 18x - 24$
7) Factoriser : $F = 45x^2y^3 - 81xy^2$ $F = 9xy^2(5xy - 9)$	8) Factoriser : $G = (x-1)^2 - (2x-5)^2$ $G = [(x-1)-(2x-5)][(x-1)+(2x-5)]$ $G = (x-1-2x+5)(x-1+2x-5)$ $G = (4-x)(3x-6)$ $G = 3(4-x)(x-2)$	9) Compléter la phrase suivante en utilisant les intervalles ou les ensembles : « L'ensemble des réels x tels que $-2x+7 > 3$ » s'écrit : $-2x+7 > 3 \Leftrightarrow -2x > -4 \Leftrightarrow x < 2$ Ainsi $-2x+7 > 3 \Leftrightarrow x \in]-\infty ; 2[$

* Ex 2 :

1) Compléter en bleu le programme écrit en Python ci-contre pour qu'il fournit les coordonnées du point Q tel que MNPQ soit un parallélogramme. (On suppose que M,N et P ne sont pas alignés). 2) Donner le résultat affiché par le programme corrigé avec M(2;1), N(5,3) et P(0,1) Ces calculs sont faisables même sans l'algorithme. $x_1 = \frac{2+0}{2} = 1$ $y_1 = \frac{1+1}{2} = 1$ $x_Q = 2 \times 1 - 5 = -3 \text{ et } y_Q = 2 \times 1 - 3 = -1$	<pre> xM=float(input("xM=")) yM=float(input("yM=")) xN=float(input("xN=")) yN=float(input("yN=")) xP=float(input("xP=")) yP=float(input("yP=")) xI=(xM+xP)/2 yI=(yM+yP)/2 xQ=2*xI-xN yQ=2*yI-yN print("xQ=",xQ) print("yQ=",yQ) </pre>
---	--

*** Ex 3 :**

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , les coordonnées des points E, F, G, H sont : E(60;40), F(80;-20), G(20;-40), H(0;20).

a) Le quadrilatère EFGH est-il un parallélogramme ? Détaillez les calculs et justifiez.

(Utiliser les milieux respectifs I et J de [EG] et [FH])

$$x_I = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{60 + 20}{2} = 40 \text{ et } y_I = \dots = 0$$

$$x_J = \dots = 40 \text{ et } y_J = \dots = 0$$

On a donc $I=J$, ce qui signifie que EFGH est un parallélogramme.

b) Le quadrilatère EFGH est-il un rectangle ?

$$EG^2 = (x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2 = (-40)^2 + (-80)^2 = 1600 + 6400 = 8000$$

$$FH^2 = (x_H - x_F)^2 + (y_H - y_F)^2 = 80^2 + 40^2 = 6400 + 1600 = 8000$$

On a donc : $FG^2 = FH^2 \Rightarrow FG = GH$

On se rappelle que si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle !
Ce qui est bien le cas ici.

*** Ex 4 :**

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , les coordonnées des points R, S, T sont : R(-2;2), S(3;3), T(4;-2).

Que peut-on dire du triangle RST ? Détaillez les calculs et justifiez.

$$RS^2 = (x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2 = 5^2 + 1^2 = 26$$

$$RT^2 = (x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 = 6^2 + (-4)^2 = 52$$

$$ST^2 = (x_T - x_S)^2 + (y_T - y_S)^2 = 1^2 + (-5)^2 = 26$$

On en déduit que $RT^2 = RS^2 + ST^2$.

Et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, RST est rectangle en S.

En outre, on a $RS = ST$.

Donc RST est rectangle isocèle en S.