

2nde Devoir Surveillé n° 7

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

Ex 1 : Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. (**juste +0,5 / faux -0,5 pour l'exercice uniquement**)

A) On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes . On considère les évènements :

A : « Obtenir une carte rouge » , B : « Obtenir une figure » et C « Obtenir un pique »

Vrai ou faux

1	Les évènements A et C sont incompatibles	
2	L'évènement $A \cap B$ est l'évènement « obtenir la dame de carreau »	
3	L'évènement \bar{C} a pour probabilité $\frac{1}{2}$	

B) On lance trois fois de suite un dé tétraédrique équilibré, en notant le résultat (1, 2, 3 ou 4) à chaque lancer pour former un triplet.

Vrai ou faux

4	La probabilité de chaque issue est égale à $\frac{1}{64}$	
5	La probabilité d'obtenir trois fois le même nombre est $\frac{1}{16}$	
6	La probabilité de l'évènement « le produit des résultats est 4 » est égale à $\frac{1}{32}$.	

Ex 2 : Présenter les résultats sous forme de fraction irréductible, puis donner une valeur approchée à 10^{-3} près

Une entreprise possède trois usines de fabrication de spountazès :

La première située sur Mars - La deuxième sur la Lune - La troisième sur la planète Terre

Un contrôleur qualité s'intéresse au nombre de spountazès (défectueux ou non) produits en mars 4010 dans chacune des trois usines. Il a relevé les données suivantes.

	Défectueux	En bon état	Total
Mars	140		
Lune		1170	1266
Terre	144	4610	
Total		8900	

1) Compléter le tableau précédent.

2) On prend un spountazé au hasard dans la production du mois de mars 4010.

On considère les évènements suivants :

M : « le spountazé provient de l'usine de Mars » - L : « le spountazé provient de l'usine de la Lune»

- T : « le spountazé provient de l'usine de la Terre » - D : « le spountazé est défectueux »

a) Calculer la probabilité de M .

b) Calculer la probabilité de D

c) Définir par une phrase l'évènement $M \cap \bar{D}$, puis calculer $p(M \cap \bar{D})$

d) Calculer $p(M \cup \bar{D})$

3) Quelle usine semble la plus efficace en terme de qualité de production ? Argumenter.

Ex 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x-3)^2 - 5$, et soit C_1 sa courbe représentative dans un repère.

a) Développer $f(x)$

b) Factoriser $f(x)$

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_1 et de la courbe C_2 représentant la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4 - x^2$

d) Déterminer les coordonnées de B et C les points de la courbe C_1 situés sur l'axe des abscisses.

Ex 4 : A l'aide d'un contre-exemple, montrer que chacune des affirmations suivante est fausse.

1) Deux nombres et leurs carrés sont toujours rangés dans le même ordre.

2) Pour tous les réels x , on a $(-x)^2 = -x^2$

3) Si $x < 5$, alors $x^2 < 25$

4) Un réel est toujours inférieur à son carré.

Correction

Ex 1 : Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

A) On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes . On considère les évènements :

A : « Obtenir une carte rouge» , B : « Obtenir une figure » et C « Obtenir un pique »

		Vrai ou faux
1	Les évènements A et C sont incompatibles	V
2	L'évènement $A \cap B$ est l'évènement « obtenir la dame de carreau »	F
3	L'évènement \bar{C} a pour probabilité $\frac{1}{2}$	F

B) On lance trois fois de suite un dé tétraédrique équilibré, en notant le résultat (1, 2, 3 ou 4) à chaque lancer pour former un triplet.

		Vrai ou faux
4	La probabilité de chaque issue est égale à $\frac{1}{64}$	V
5	La probabilité d'obtenir trois fois le même nombre est $\frac{1}{16}$	V
6	La probabilité de l'évènement « le produit des résultats est 4 » est égale à $\frac{1}{32}$.	F

Ex 2 : Présenter les résultats sous forme de fraction irréductible, puis donner une valeur approchée à 10^{-3} près

Une entreprise possède trois usines de fabrication de spountazès :

La première située sur Mars - La deuxième sur la Lune - La troisième sur la planète Terre

Un contrôleur qualité s'intéresse au nombre de spountazès (défectueux ou non) produits en mars 4010 dans chacune des trois usines. Il a relevé les données suivantes.

	Défectueux	En bon état	Total
Mars	140	3120	3260
Lune	96	1170	1266
Terre	144	4610	4754
Total	380	8900	9280

1) Compléter le tableau précédent.

2) On prend un spountaz à hasard dans la production du mois de mars 4010.

On considère les évènements suivants :

M : « le spountaz provient de l'usine de Mars» - L : « le spountaz provient de l'usine de la Lune»

- T : « le spountaz provient de l'usine de la Terre » - D : « le spountaz est défectueux »

a) Calculer la probabilité de M .

Les 9280 issues sont équiprobables.

$$p(M) = \frac{3260}{9280} \approx 0,351$$

b) Calculer la probabilité de \bar{D}

$$p(\bar{D}) = \frac{8900}{9280} \approx 0,959$$

c) Définir par une phrase l'évènement $M \cap \bar{D}$, puis calculer $p(M \cap \bar{D})$

$M \cap \bar{D}$: « le spountaz est en bon état et vient de Mars »

$$p(M \cap \bar{D}) = \frac{3120}{9280} \approx 0,336$$

d) Calculer $p(M \cup \bar{D})$

$$p(M \cup \bar{D}) = p(M) + p(\bar{D}) - p(M \cap \bar{D}) = \frac{3260}{9280} + \frac{8900}{9280} - \frac{3120}{9280} = \frac{9040}{9280} \approx 0,97$$

3) Quelle usine semble la plus efficace en terme de qualité de production ? Argumenter.

La probabilité qu'un spountaz de l'usine de Mars soit défectueux est : $\frac{140}{3260} \approx 0,043$

La probabilité qu'un spountaz de l'usine de la Lune soit défectueux est : $\frac{96}{1266} \approx 0,076$

La probabilité qu'un spountaz de l'usine de la Terre soit défectueux est : $\frac{144}{4754} \approx 0,03$

L'usine la plus efficace est donc l'usine de la Terre

Ex 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x-3)^2 - 5$, et soit C_1 sa courbe représentative dans un repère.

a) Développer $f(x)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 4$$

b) Factoriser $f(x)$

$$f(x) = (x-3-\sqrt{5})(x-3+\sqrt{5})$$

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_1 et de la courbe C_2 représentant la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4 - x^2$

Les abscisses de ces points (s'ils existent) vérifient :

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4 = 4 - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3$$

On trouve les points $M(0; 4)$ et $N(3; -5)$

d) Déterminer les coordonnées de B et C les points de la courbe C_1 situés sur l'axe des abscisses.

Les abscisses de ces points vérifient :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-3-\sqrt{5})(x-3+\sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{5} \text{ ou } x = 3 - \sqrt{5}$$

On obtient $B(3+\sqrt{5}; 0)$ et $C(3-\sqrt{5}; 0)$

Ex 4 :

A l'aide d'un contre-exemple, montrer que chacune des affirmations suivante est fausse.

1) Deux nombres et leurs carrés sont toujours rangés dans le même ordre.

$$-2 < -1 \text{ et } 4 > 1$$

2) Pour tous les réels x , on a $-x^2 = -x$

$$-2^2 = 4 \text{ et } -2^2 = -4$$

3) Si $x < 5$, alors $x^2 < 25$

pour $x = -6$, on a $x^2 = 36$

4) Un réel est toujours inférieur à son carré.

$$0,5^2 = 0,25$$