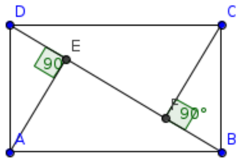
1èreS **Devoir Surveillé n ° 7**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) *5 pts* **2)** 4 *pts* **3)** 13 *pts*	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

PRODUIT SCALAIRE

Ex 1 :



On considère un rectangle ABCD de centre O tel que AB=10 et AD=6.
Les points E et F sont les projetés orthogonaux des points A et C sur la droites (BD).
On se place dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{i}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de même sens et $\vec{j}$ et $\overrightarrow{AD}$ aussi.

1) En calculant de deux façons différentes le produit scalaire $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}$, déterminer la valeur exacte de la longueur EF.
2) En utilisant à nouveau le produit scalaire, déterminer une mesure en degré de l'angle $\widehat{BOC}$

Ex 2 :

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} t-1 \\ t \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} t-2 \\ 2t+1 \end{pmatrix}$.

1) Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

2) Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

Ex 3 : (Pour chaque question : +1 si juste , -1 si faux , 0 si pas de réponse)

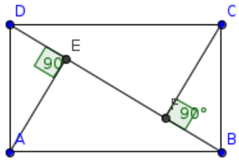
		Vrai ou faux
1	Si $\|\vec{u}\|=5$, $\|\vec{v}\|=12$ et $\cos(\vec{u},\vec{v})=\frac{1}{3}$, alors $\vec{u}\cdot\vec{v}=20$	
2	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BA}$	
3	Pour les questions 3 , 4 et 5, on considère que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{GH}$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{GH}$	
4	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{GH}\cdot\overrightarrow{CD}$	
5	$\overrightarrow{AA}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$	
6	Si les points A, B et C sont alignés, alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC$	
7	Pour les dernières questions, on considère un triangle ABC rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$	
8	$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$	
9	$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$	
10	$\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{CA}>0$	
11	$\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HC}=-\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}$	
12	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{BC}$	
13	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=AB^2$	

Correction

Ex 1 :

On considère un rectangle ABCD de centre O tel que AB=10 et AD=6.
Les points E et F sont les projetés orthogonaux des points A et C sur la droites (BD).
On se place dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{i}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de même sens et $\vec{j}$ et $\overrightarrow{AD}$ aussi.

1) En calculant de deux façons différentes le produit scalaire $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}$, déterminer la valeur exacte de la longueur EF.
2) En utilisant à nouveau le produit scalaire, déterminer une mesure en degré de l'angle $\widehat{BOC}$



1)
On a
A(0;0), B(10;0) C(10,6) et D(0;6)

On obtient : $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}10\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\6\end{pmatrix}$

On a alors : $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}=10\times10+(-6)\times6=64$

D'autre part : $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{EF}$ (par projection de $\overrightarrow{EF}$ sur (DB))
$= \text{DB}\times\text{EF}$ (car $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont le même sens)

Or $\text{DB}=\sqrt{10^2+(-6)^2}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}$

Ainsi $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\sqrt{34}\times\text{EF}$

On en déduit que : $2\sqrt{34}\times\text{EF}=64 \Leftrightarrow \text{EF}=\dfrac{32}{\sqrt{34}}$ et donc $\text{EF}=\dfrac{32\sqrt{34}}{34}=\dfrac{16\sqrt{34}}{17}$

2) On a aussi : $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC}=\text{DB}\times\text{AC}\times\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})=\text{DB}^2\times\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})=136\times\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})$

Ainsi : $136\times\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})=64$ et $\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})=\dfrac{64}{136}=\dfrac{8}{17}$

Or $\cos\widehat{BOC}=\cos(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AC})$, donc $\widehat{BOC}\approx 61{,}9°$

Ex 2 :

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}t-1\\t\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}t-2\\2t+1\end{pmatrix}$.

1) Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

$\vec{u}\perp\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Leftrightarrow (t-1)\times(t-2)+t\times(2t+1)=0 \Leftrightarrow t^2-2t-t+2+2t^2+t=0 \Leftrightarrow 3t^2-2t+2=0$

$\Delta<0$, il n'y a donc pas de solutions.

2) Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi :
$\det(\vec{u},\vec{v})=0 \Leftrightarrow (t-1)\times(2t+1)-t\times(t-2)=0 \Leftrightarrow 2t^2+t-2t-1-t^2+2t=0 \Leftrightarrow t^2+t-1=0$
$\Delta=5$
On obtient $t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ou $t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Ex 3 :

		Vrai ou faux
1	Si $\|\vec{u}\|=5$, $\|\vec{v}\|=12$ et $\cos(\vec{u},\vec{v})=\frac{1}{3}$, alors $\vec{u}\cdot\vec{v}=20$	V
2	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BA}$	V
3	Pour les questions 3 , 4 et 5, on considère que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{GH}$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{GH}$	V
4	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{GH}\cdot\overrightarrow{CD}$	V
5	$\overrightarrow{AA}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$	F
6	Si les points A, B et C sont alignés, alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC$	F
7	Pour les dernières questions, on considère un triangle ABC rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$	V
8	$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$	F
9	$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$	V
10	$\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{CA}>0$	F
11	$\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HC}=-\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}$	V
12	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{BC}$	V
13	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=AB^2$	F

1) Si $\|\vec{u}\|=5$, $\|\vec{v}\|=12$ et $\cos(\vec{u},\vec{v})=\frac{1}{3}$, alors $\vec{u}\cdot\vec{v}=20$:V

2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BA}$: V

cos($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$)=cos($\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BA}$) car ($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$)=-($\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BA}$) [2 π]
3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{GH}$: V

4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{GH}\cdot\overrightarrow{CD}$: V (symétrie)

5) $\overrightarrow{AA}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$: F c'est égal à 0

6) Si les points A, B et C sont alignés, alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC$
F (on peut obtenir aussi l'opposé)

7) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$: V 8) $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$: F 9) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$: V

10) $\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{CA}>0$: F 11) $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HC}=-\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}$:V

12) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{BC}$:V

13) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=AB^2$: F on trouve $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=-AB^2$