1èreS **Devoir Surveillé n ° 6** - Durée 1 h - Calculatrices interdites	**Barème :** **1)** 11 pts **2)** 4 pts **3)** 5 pts	**Nom :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

1) Déterminer les dérivées des fonctions définies par les formules suivantes (sans préciser les ensembles sur lesquels les calculs sont valables) . Présenter les résultats sous une forme permettant l'étude du signe . Ne donner que le résultat, sans les étapes de calcul.

$f_1(x)=2x^3-5x^4$	
$f_2(x)=3x^3+\dfrac{5}{x^7}$	
$f_3(x)=\sqrt{x}(x-2)$	
$f_4(x)=\dfrac{4}{7}+\sqrt{5}$	
$f_5(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	
$f_6(x)=\dfrac{2-x}{x^2-5}$	
$f_7(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-5}-\dfrac{2}{3}$	

2) Déterminer les abscisses des points de C_{f_1} (avec $f_1(x)=2x^3-5x^4$) où C_{f_1} admet un tangente horizontale.

3) Déterminer le tableau de variations de f_6 (avec $f_6(x)=\dfrac{2-x}{x^2-5}$), en précisant l'ensemble de définition et en justifiant la dérivabilité.

Ex 2 :
Un joueur choisit aléatoirement un entier compris entre 1 et 20 :

S'il est premier il gagne 3 euros.	Si c'est un multiple de 4 dfifférent de 4, il gagne un euro.	Sinon, il perd 4 euros.

On note G la variable aléatoire correspondant au gain obtenu.

1) Déterminer l'espérance de G et interpréter ce résultat ?

2) Modifier le montant du gain obtenu pour un multiple de 5, afin que le jeu soit équitable . Expliquer la démarche.

Ex 3 : Vrai ou faux (+0,5 pour une réponse juste : -0,5 pour une réponse fausse)

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω . On note A et B deux événements et X une variable aléatoire définie sur Ω .

1) X est forcément une fonction de Ω dans $\mathbb{N}$.	
2) La probabilité de A peut être nulle.	
3) On a toujours $P(A \cap B) \leqslant P(A \cup B)$	
4) Si 2 et 3 sont deux valeurs prises par X, on a alors forcément $P(X=2)<P(X=3)$	
5) $P(A \cap B)=P(A)+P(B)-P(A \cup B)$	
6) La probabilité de A peut être $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.	
7) Si A et B vérifient $P(A)+P(B)=1$, alors A et B sont contraires.	
8) Si A et B ont le même nombre d'événements élémentaires, alors on a forcément $P(A)=P(B)$	
9) Si $A \subset B$, alors $P(A) \leqslant P(B)$	
10) Ω et $X(\Omega)$ ont le même nombre d'éléments.	

Correction :

Ex 1 :

1) Déterminer les dérivées des fonctions définies par les formules suivantes (sans préciser les ensembles sur lesquels les calculs sont valables) . Présenter les résultats sous une forme permettant l'étude du signe . Ne donner que le résultat, sans les étapes de calcul.

$f_1(x)=2x^3-5x^4$	$f'_1(x)=6x^2-20x^3 = 2x^2(3-10x)$
$f_2(x)=3x^3+\dfrac{5}{x^7}$	$f'_2(x)=9x^2-\dfrac{35}{x^8} = \dfrac{9x^{10}-35}{x^8}$
$f_3(x)=\sqrt{x}(x-2)$	$f'_3(x)=(\sqrt{x})'(x-2)+\sqrt{x}(x-2)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}(x-2)+\sqrt{x} = \dfrac{x-2+2\sqrt{x}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \dfrac{3x-2}{2\sqrt{x}}$
$f_4(x)=\dfrac{4}{7}+\sqrt{5}$	$f'_4(x)=0$
$f_5(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$f'_5(x)=-\dfrac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{x}^2}=-\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=-\dfrac{1}{2x\sqrt{x}}$
$f_6(x)=\dfrac{2-x}{x^2-5}$	$f'_6(x)=\dfrac{(2-x)'(x^2-5)-(2-x)(x^2-5)'}{(x^2-5)^2} = \dfrac{(-1)(x^2-5)-(2-x)2x}{(x^2-5)^2} = \dfrac{5-x^2-4x+2x^2}{(x^2-5)^2}$ $f'_6(x) = \dfrac{5-x^2-4x+2x^2}{(x^2-5)^2} = \dfrac{x^2+5-4x}{(x^2-5)^2}$
$f_7(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-5}-\dfrac{2}{3}$	$f'_7(x)=\dfrac{(\sqrt{x})'(x-5)-\sqrt{x}(x-5)'}{(x-5)^2}=\dfrac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(x-5)-\sqrt{x}}{(x-5)^2}=\dfrac{(x-5)-2\sqrt{x}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x-5)^2}=\dfrac{-5-x}{2\sqrt{x}(x-5)^2}$

2) Déterminer les abscisses des points de C_{f_1} (avec $f_1(x)=2x^3-5x^4$) où C_{f_1} admet un tangente horizontale.

Il suffit de résoudre l'équation : $f'_1(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2(3-10x)=0 \Leftrightarrow 2x^2=0$ ou $3-10x=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\dfrac{3}{10}$

3) Déterminer le tableau de variations de f_6 (avec $f_6(x)=\dfrac{2-x}{x^2-5}$), en précisant l'ensemble de définition et en justifiant la dérivabilité.

On a $D_{f_6}=\mathbb{R}-\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$. f_6 étant une fonction rationnelle, elle est dérivable sur D_{f_6} .

On a trouvé, pour tout $x \in D_{f_6}$, $f'_6(x)=\dfrac{x^2+5-4x}{(x^2-5)^2}$

$f'_6(x)$ est du signe du trinôme x^2-4x+5
$\Delta<0$, donc x^2-4x+5 est toujours positif.

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'_6(x)$		$+$	||	$+$	||	$+$	
f_6		$\nearrow$	||	$\nearrow$	||	$\nearrow$	

Ex 2 :

Un joueur choisit aléatoirement un entier compris entre 1 et 20 :

S'il est premier il gagne 3 euros.	Si c'est un multiple de 4 dfifférent de 4, il gagne un euro.	Sinon, il perd 4 euros.

On note G la variable aléatoire correspondant au gain obtenu.

1) Déterminer l'espérance de G et interpréter ce résultat ?

L'univers Ω est constitué de 20 issues équiprobables.
G(Ω)={-4;1;3}

nombres premiers : 2,3,5,7,11,13,17,19
multiples de 4 différents de 4 : 8,12,16,20

x_i	-4	1	3
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x_i)$	$\frac{8}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$

$\mathrm{E}(\mathrm{G})=-4\times\frac{8}{20}+1\times\frac{4}{20}+3\times\frac{8}{20}=-\frac{4}{20}=-\frac{1}{5}$
En moyenne le joueur perd 1 euro toutes les 5 parties.

2) Modifier le montant du gain obtenu pour un multiple de 5, afin que le jeu soit équitable . Expliquer la démarche.

Soit a le gain cherché.

x_i	-4	a	3
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x_i)$	$\frac{8}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$

On doit avoir :

$$\mathrm{E}(\mathrm{G})=-4\times\frac{8}{20}+a\times\frac{4}{20}+3\times\frac{8}{20}=0 \quad \Leftrightarrow \quad a=2$$

Ex 3 : Vrai ou faux (+0,5 pour une réponse juste : -0,5 pour une réponse fausse)

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω . On note A et B deux événements et X une variable aléatoire définie sur Ω .

1) X est forcément une fonction de Ω dans $\mathbb{N}$.	F
2) La probabilité de A peut être nulle.	V
3) On a toujours P(A $\cap$ B) $\leqslant$ P(A $\cup$ B)	V
4) Si 2 et 3 sont deux valeurs prises par X, on a alors forcément P(X=2)<P(X=3)	F
5) P(A $\cap$ B)=P(A)+P(B)-P(A $\cup$ B)	V
6) La probabilité de A peut être $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.	F
7) Si A et B vérifient $\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})=1$, alors A et B sont contraires.	F
8) Si A et B ont le même nombre d'événements élémentaires, alors on a forcément $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\mathrm{P}(\mathrm{B})$	F
9) Si A $\subset$ B, alors P(A) $\leqslant$ P(B)	V
10) Ω et X(Ω) ont le même nombre d'éléments.	F