1ères S8 et S10	**D S n ° 2**	**Barème indicatif :**	**Nom :**
- Durée 1 h - une seule calculatrice autorisée		**Exercice 1 :** /3pts **Exercice 2 :** /6pts **Exercice 2 :** /11pts	**Prénom :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

Ex 1 :

Soit $x \in \mathbb{R}$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x^2 \\ 2x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2x+3 \\ 2x \end{pmatrix}$.

Pour quelles valeurs de x les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

Ex 2 :

Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

a) Montrer que les vecteurs $\vec{u} = \frac{1}{7}\vec{i} - \frac{7}{4}\vec{w}$ et $\vec{v} = 4\vec{i} - 49\vec{w}$ sont colinéaires.

b) Soit $A(1 ; 3)$, $B(2 ; 6)$ et $C(2 ; 5)$

Déterminer les coordonnées du point D de l'axe des ordonnées tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

c) Déterminer l'équation réduite de la droite $d : \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}y + \frac{7}{9} = 0$

d) On considère la droite $d' : y = -\frac{11}{13}x + \frac{2}{7}$. Déterminer un vecteur directeur de la droite d' de coordonnées entières.

Ex 3 :

Dans un parallélogramme ABCD, on considère les points E et F définis par $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$.

1) Faire une figure.

2) Déterminer les coordonnées des points A,B,C,D et E dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

3) En détaillant les calculs, montrer que les coordonnées de F dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$) sont $\left(\frac{3}{2} ; 1\right)$.

4) Démontrer que les points D,C et F sont alignés.

5) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ parallèle à (DE) passant par B.

6) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AF).

7) Déterminer les coordonnées du point G, intersection de (AF) et Δ .

Correction :

Ex 1 :

Soit $x \in \mathbb{R}$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x^2 \\ 2x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2x+3 \\ 2x \end{pmatrix}$.

Pour quelles valeurs de x les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi :
$x^2 \times 2x - 2x \times (2x+3) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 4x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x=0$ ou $2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1$ est une solution évidente de $x^2 - 2x - 3 = 0$
L'autre solution x_2 vérifie $x_1 x_2 = -3$. On a donc $x_2 = 3$

Donc S={-1,0,3}

Ex 2 :

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
a) Montrer que les vecteurs $\vec{u} = \frac{1}{7}\vec{i} - \frac{7}{4}\vec{w}$ et $\vec{v} = 4\vec{i} - 49\vec{w}$ sont colinéaires.

$\vec{v} = 28\vec{u}$

b) Soit $A(1;3)$, $B(2;6)$ et $C(2;5)$

Déterminer les coordonnées du point D de l'axe des ordonnées tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Soit $D(0;x)$
On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ x-5 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si et seulement si :
$1 \times (x-5) - 3 \times (-2) = 0 \Leftrightarrow x - 5 + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Donc $\mathrm{D}(0;-1)$

c) Déterminer l'équation réduite de la droite $d : \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}y + \frac{7}{9} = 0$

$\frac{1}{3}x - \frac{5}{6}y + \frac{7}{9} = 0 \Leftrightarrow 6x - 15y + 14 = 0 \Leftrightarrow 15y = 6x + 14 \Leftrightarrow y = \frac{6}{15}x + \frac{14}{15} \Leftrightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{14}{15}$

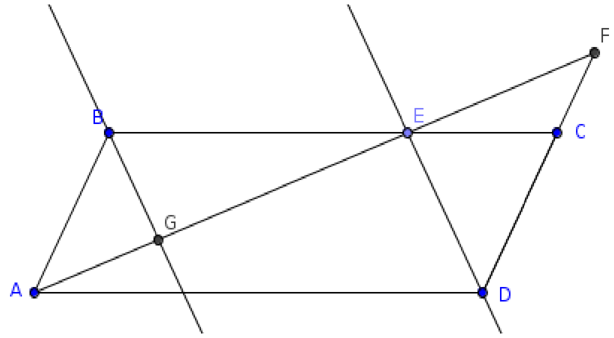
d) On considère la droite $d' : y = -\frac{11}{13}x + \frac{2}{7}$. Déterminer un vecteur directeur de la droite d' de coordonnées entières.

$\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{11}{13} \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d'. On peut aussi choisir $13\vec{u}\begin{pmatrix} 13 \\ -11 \end{pmatrix}$

Ex 3 :

Dans un parallélogramme ABCD, on considère les points E et F définis par $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$.

1) Faire une figure.



2) Déterminer les coordonnées des points A,B,C,D et E dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

A(0;0) , B(1 ;0) C(1;1) D(0;1) E(1 ; $\frac{2}{3}$)

3) En détaillant les calculs, déterminer les coordonnées de F dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

$$\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE})=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$$

Ainsi, F($\frac{3}{2}$;1)

4) Démontrer que les points D,C et F sont alignés.

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires, donc les points D, C et F sont alignés.

5) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ parallèle à (DE) passant par B.

Δ // (DE), donc Δ est dirigée par $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ ou encore $3\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$

Δ admet donc une équation du type $-x-3y+c=0$

Or $B\in\Delta$, donc : $-1-3\times0+c=0 \Leftrightarrow c=1$

Ainsi $\Delta:-x-3y+1=0$

6) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AF).

$\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\1\end{pmatrix}$, donc (AF) est dirigée par $2\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

Comme (AF) passe par l'origine du repère, elle admet pour équation $2x-3y=0$

7) Déterminer les coordonnées du point G, intersection de (AF) et Δ .

Les coordonnées de G vérifient :

$$\begin{cases}-x-3y=-1\,(L1)\\2x-3y=0\,(L2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-x-3y=-1\,(L1)\\3x=1\,(L2\leftarrow L2-L1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{2}{9}\end{cases}$$