1ères S8 et S10 **D S n ° 1**

- Durée 1 h
- une seule calculatrice autorisée

Barème indicatif :	**Nom :**
Exercice 1 : /14 pts	
Exercice 2 : /6pts	**Prénom :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

Exercice 1 :

Soit le trinôme $P(x)=3x^2-13x-10$.

Question préliminaire: étude de $P(x)$:

a) Déterminer la forme canonique de ce trinôme et établir le tableau de variation de P.
b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
c) Déterminer le signe de $P(x)$ en fonction de x.

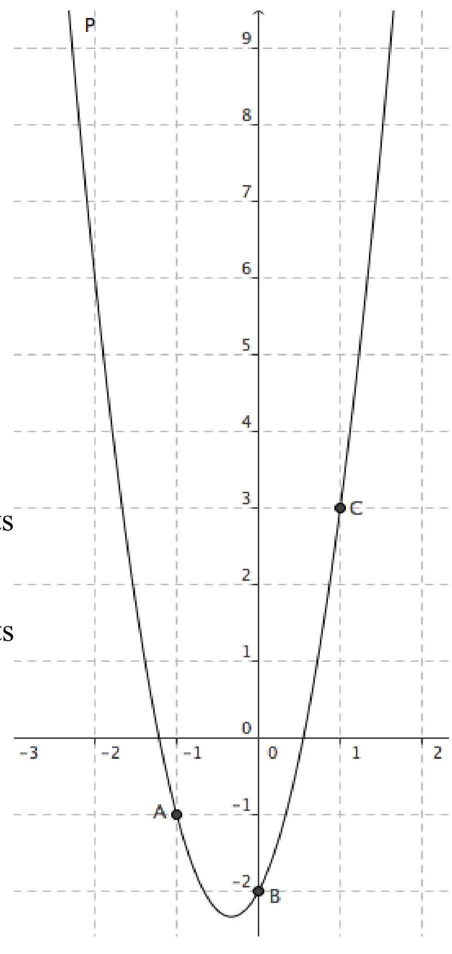
On pourra utiliser les résultats de la question préliminaire pour répondre aux questions suivantes :

1. Soit le polynôme $Q(x)=3x^3-16x^2+3x+10$:
   a) Déterminer les réels a, b et c tels que $Q(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.
   b) En déduire la résolution de l'inéquation $Q(x)>0$.

2. a) Résoudre l'équation $3x^4-13x^2-10=0$.
   b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   (C'est l'occasion de vérifier avec la calculatrice ...)

Exercice 2 :

Sur le dessin ci-contre, P est la parabole qui passe par les points A (–1 ; –1), B (0 ; –2) et C (1 ; 3) .



1. Déterminer par le calcul l'équation de la parabole P.

2. D est la droite d'équation $y=-7x-8$.
   a) Tracer D sur le graphique ci-contre.

   b) Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de P et de D.

   c) Retrouver par le calcul les coordonnées des points d'intersection obtenues à la question b).

Correction DS 1 :

Exercice 1 :

Soit le trinôme $P(x)=3x^2-13x-10$.

Question préliminaire: étude de $P(x)$:

a) Déterminer la forme canonique de ce trinôme et établir le tableau de variation de P.

$$P(x)=3\left(x^2-\frac{13}{3}x-\frac{10}{3}\right)=3\left(\left(x-\frac{13}{6}\right)^2-\frac{169}{36}-\frac{120}{36}\right)=3\left(\left(x-\frac{13}{6}\right)^2-\frac{289}{36}\right)$$

b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

$\Delta = 289$

L'équation admet donc deux racines distinctes :

$x_1=\frac{13-17}{6}=-\frac{2}{3}$ et $x_2=\frac{13+17}{6}=5$

c) Déterminer le signe de $P(x)$ en fonction de x.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		5		$+\infty$
$P(x)$		+	0	-	0	+	

On pourra utiliser les résultats de la question préliminaire pour répondre aux questions suivantes :

1. Soit le polynôme $Q(x)=3x^3-16x^2+3x+10$:

a) Déterminer les réels a, b et c tels que $Q(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.

Pour tout réel x ,

$(x-1)(ax^2+bx+c)=ax^3+bx^2+cx-(ax^2+bx+c)=ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$

En identifiant avec $Q(x)=3x^3-16x^2+3x+10$, on obtient :

$$\begin{cases} a=3 \\ b-a=-16 \\ c-b=3 \\ -c=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-13 \\ c=-10 \end{cases}$$

Ainsi, pour tout réel x, on a $Q(x)=(x-1)(3x^2-13x-10)$

b) En déduire la résolution de l'inéquation $Q(x)>0$.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		1		5		$+\infty$
$x-1$		-		-	0	+		+	
$P(x)$		+	0	-		-	0	+	
$Q(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

$$S=\left]-\frac{2}{3};1\right[\cup]5;+\infty[$$

2. Résoudre l'équation $3x^4-13x^2-10=0$.

On pose $X=x^2$.

On est donc amené à résoudre $3X^2-13X-10=0$ … équation bien connue !
Ce qui donne :
$x^2=-\frac{2}{3}$, ce qui est impossible
Ou $x^2=5 \Leftrightarrow x=-\sqrt{5}$ ou $x=\sqrt{5}$
L'équation $3x^4-13x^2-10=0$ admet donc comme ensemble de solutions S'={ $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$ }

b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
(C'est l'occasion de vérifier avec la calculatrice …)
La courbe d'équation $y=3x^4-13x^2-10$ coupe l'axe des abscisses aux points de coordonnées $(-\sqrt{5};0)$ et $(\sqrt{5};0)$

Exercice 2 :

Sur le dessin ci-contre, P est la parabole qui passe par les points
A (–1 ; –1), B (0 ; –2) et C (1 ; 3) .

1. Déterminer par le calcul l'équation de la parabole P.

   P est une parabole, elle admet donc une équation du type $y=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$
   Elle passe par A (–1 ; –1), B (0 ; –2) et C (1 ; 3) . On a donc :

$$\begin{cases} a-b+c=-1 \\ c=-2 \\ a+b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2 \, (L_1) \\ a-b=1 \, (L_2) \\ a+b=5 \, (L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2 \, (L_1) \\ a-b=1 \, (L_2) \\ 2a=6 \, (L_3 \leftarrow L_2+L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2 \\ b=2 \\ a=3 \end{cases}$$

   P admet donc pour équation $y=3x^2+2x-2$

2. D est la droite d'équation $y=-7x-8$.

   a) Tracer D sur le graphique ci-contre.

   b) Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de P et de D.
   On trouve visiblement P(-2;6) et D(-1 ;-1)

   c) Retrouver par le calcul les coordonnées des points d'intersection obtenues à la question b).
   Les abscisses de P et D vérifient :
   $3x^2+2x-2=-7x-8$
   $\Leftrightarrow \quad 3x^2+9x+6=0$
   -2 et -1 sont bien les solutions de cette équation.
   En remplaçant dans l'équation de la parabole ou de la droite,
   pour $x=-2$, on obtient $y=6$
   pour $x=-1$, on obtient $y=-1$