**1èreS** **Devoir Surveillé n ° 7**
- Durée 1 h 15
- Calculatrices autorisées

| **Barème :** 1 ) 5 pts 2 ) 5 pts 3 ) 6 pts 4 ) 4 pts | **Nom :** |
|---|---|

**Commentaires :** *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

---

**Ex 1 :**

Trouver le plus petit indice $n$ à partir duquel la suite $(u_n)$ est définie.
Donner directement le résultat.

| $u_n=\frac{1}{n^2}$ | $u_n=\frac{1}{n-\sqrt{2}}$ | $u_n=\sqrt{2n-15}$ | $u_n=\frac{1}{3^n-1}$ | $u_n=\frac{1}{n^2+n+1}$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

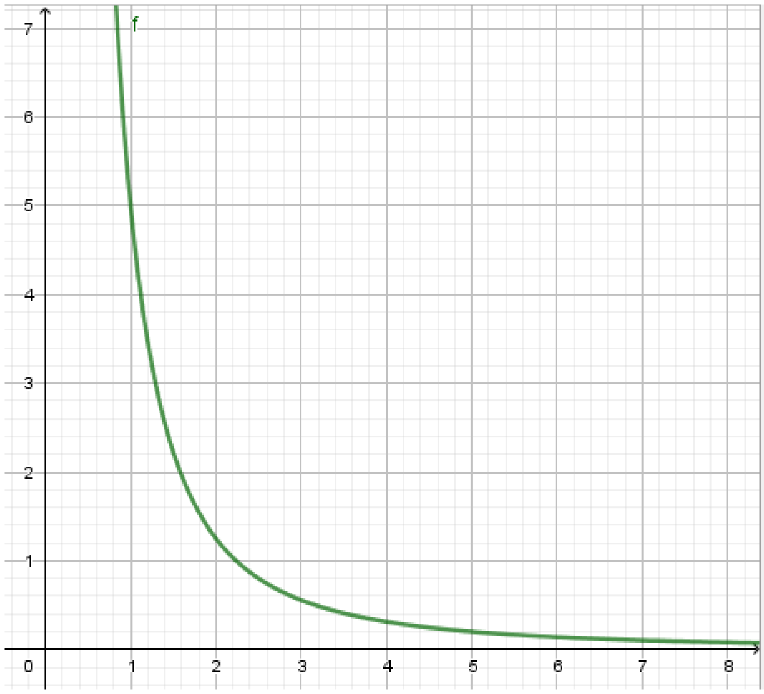
**Ex 2 :**

1 ) Soit $(u_n)$ la suite définie par $\begin{cases} u_0=1,8 \\ u_{n+1}=\dfrac{5}{(u_n)^2} \end{cases}$

Exprimer $u_{n+2}$ en fonction de $u_n$

2 ) Représenter sur le graphique ci-contre les premiers termes de la suite $(u_n)$ en utilisant la représentation graphique de la fonction $f$ , définie par $f(x)=\frac{5}{x^2}$ .

3 ) Quelle conjecture peut-on faire ?




**Ex 3 :**

Soit $(u_n)$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n=\frac{2-n}{3+n}$

1 ) Etudier les variations de la suite $(u_n)$ .

2 ) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \frac{2}{3}$ .

3 ) Ecrire $u_n$ sous la forme $u_n=a+\frac{b}{3+n}$ (où $a$ et $b$ sont des entiers)

4 ) En déduire que $(u_n)$ est bornée.

**Ex 4 :** (Toute trace de recherche sera valorisée)

$u$ est la suite telle que $u_0=4$ et, pour tout entier naturel $n$ , $u_{n+1}=u_n-u_n^2$ .
Existe-t-il un entier naturel $n$ tel que $u_n \geqslant 4,1$ ?

Correction :

**Ex 1 :**

Trouver le plus petit indice $n$ à partir duquel la suite $(u_n)$ est définie.
Donner directement le résultat.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $u_n=\dfrac{1}{n^2}$ | $u_n=\dfrac{1}{n-\sqrt{2}}$ | $u_n=\sqrt{2n-15}$ | $u_n=\dfrac{1}{3^n-1}$ | $u_n=\dfrac{1}{n^2+n+1}$ |
| $n=1$ | $n=0$ | $n=8$ | $n=1$ | $n=0$ |

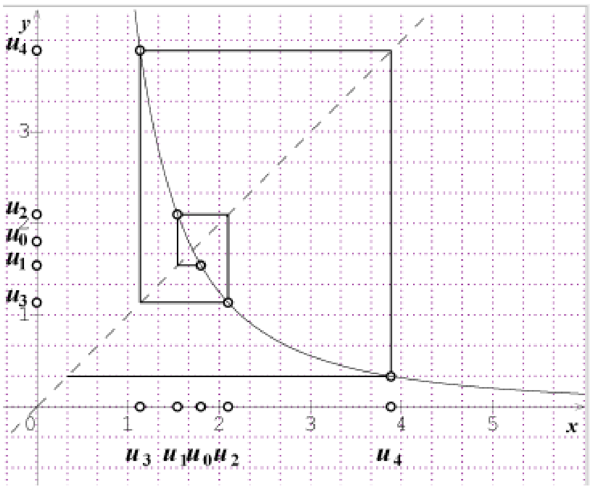
**Ex 2 :**

1 ) Soit $(u_n)$ la suite définie par $\begin{cases} u_0=1{,}8 \\ u_{n+1}=\dfrac{5}{(u_n)^2} \end{cases}$

Exprimer $u_{n+2}$ en fonction de $u_n$

$$u_{n+2}=\frac{5}{(u_{n+1})^2}=\frac{5}{\left(\dfrac{5}{(u_n)^2}\right)^2}=5\frac{(u_n)^4}{25}=\frac{(u_n)^4}{5}$$

2 ) Représenter sur le graphique ci-dessous les premiers termes de la suite $(u_n)$ en utilisant la représentation graphique de la fonction $f$, définie par $f(x)=\dfrac{5}{x^2}$ .




3 ) Quelle conjecture peut-on faire ?
Il semble que la suite $(u_n)$ soit divergente

**Ex 3 :**

Soit $(u_n)$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n=\dfrac{2-n}{3+n}$ .

1) Etudier les variations de la suite la suite $(u_n)$ .

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-n}{4+n}-\dfrac{2-n}{3+n}=\dfrac{(1-n)(3+n)-(2-n)(4+n)}{(4+n)(3+n)}=\dfrac{3+n-3n-n^2-(8+2n-4n-n^2)}{(4+n)(3+n)}=-\dfrac{5}{(4+n)(3+n)}$

Donc $u_{n+1}-u_n<0$ .
La suite $(u_n)$ est donc strictement décroissante .

2 ) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \frac{2}{3}$ .

$(u_n)$ étant strictement décroissante , elle est donc majorée par son premier terme $u_0=\frac{2}{3}$ .

3 ) Ecrire $u_n$ sous la forme $u_n=a+\frac{b}{3+n}$ (où $a$ et $b$ sont des entiers)

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n=\frac{2-5+5-n}{3+n}=\frac{-3-n}{3+n}+\frac{5}{3+n}=-1+\frac{5}{3+n}$

4 ) En déduire que $(u_n)$ est bornée.

Comme pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{5}{3+n}>0$ , on en déduit que $-1+\frac{5}{3+n}>-1$

Ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-1<u_n\leqslant\frac{2}{3}$

**<u>Ex 4 :</u>**

$u$ est la suite telle que $u_0=4$ et, pour tout entier naturel $n$ , $u_{n+1}=u_n-u_n{}^2$ .
Existe-t-il un entier naturel $n$ tel que $u_n\geqslant 4,1$ ?

Pour tout $n\in\mathbb{N}$ , $u_{n+1}-u_n=-(u_n)^2$ , donc $u_{n+1}-u_n\leqslant 0$ .
La suite $(u_n)$ est donc décroissante .
De plus $u_0=4$ et donc pour tout $n\in\mathbb{N}$ , $u_n\leqslant 4$ .
Il n'existe donc aucun entier naturel $n$ tel que $u_n\geqslant 4,1$