1S12 et S01 **DS n ° 3**

- Durée 1 h
- Une seule calculatrice autorisée

Barème :	**Nom :**
1) 7 pts **2)** 3 pts **3)** 4 pts **4)** 6 pts	**Prénom :**
	Classe :

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

Exercice 1 : (sur 7 points)

Dans cet exercice, on se propose de résoudre l'équation (E) : $|x-5|-|3-x|=4-x$

1) Donner une expression sans valeur absolue de $|x-5|$

2) Donner une expression sans valeur absolue de $|3-x|$

3) Déduire des questions précédentes une expression de $f(x)=|x-5|-|3-x|$ sans valeur absolue, en discutant suivant les valeurs de x.

4) Représenter graphiquement la fonction f et la droite d'équation $y=4-x$.

5) Conjecturer le nombre de solutions de l'équation (E).

6) Résoudre l'équation $f(x)=4-x$ sur les intervalles trouvés à la question précédente.

7) En déduire les solutions de l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : (sur 3 points)

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-6\,;6]$ dont le tableau de variations est le suivant :

x	-6		-4		2		3		4		5		6
f	1	↗	10	↘	0	↘	-4	↗	0	↗	26	↘	5

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h définie par $h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

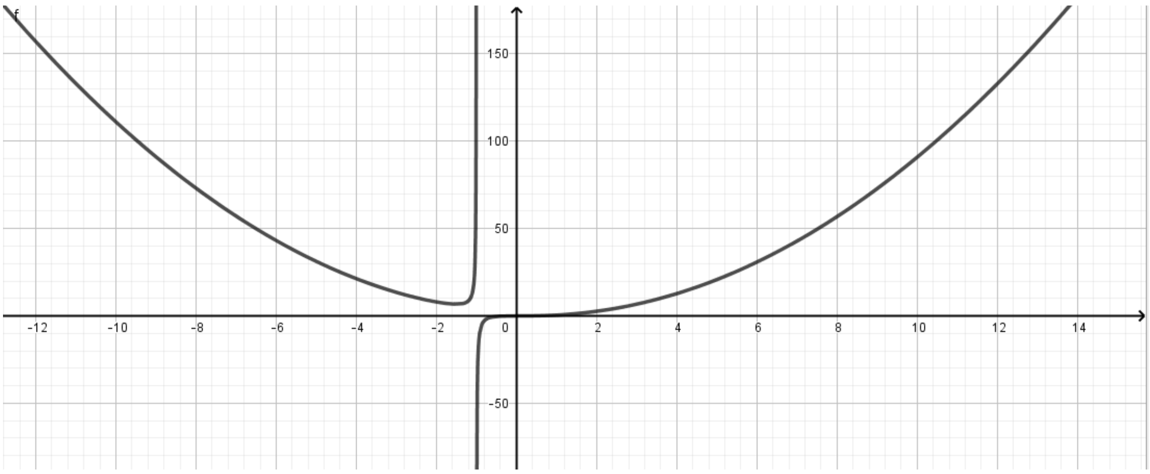
2) Dresser le tableau de variations sur $[-6\,;6]$ de la fonction h.

Exercice 3 : (sur 4 points)

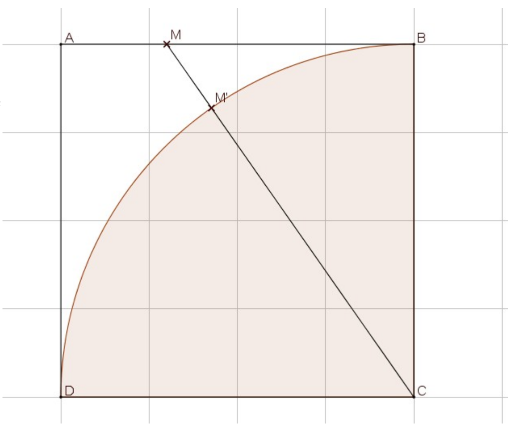
On considère la fonction f représentée ci-dessous .

1) Représenter en rouge $|f(x)|$.

2) Représenter en vert $f(|x|)$.



Exercice 4 : (sur 6 points)



ABCD est un carré de côté 4. Le point M appartient à [AB] et [CM] coupe le cercle de centre C passant par B en M'.

On pose x=BM et $f(x)$ =MM'.

1) Quelles sont les valeurs possibles prises par x ?

2) Montrer que $f(x)=\sqrt{x^2+16}-4$.

3) a. Dresser le tableau de variation de $\mathrm{P}:\mathrm{P}(x)=x^2+16$ sur [0 ; 4].

b. En déduire celui de f.

4) a. Calculer $f(3)$.

b. Où peut-on placer le point M pour que $MM'\geqslant 1$?

Correction :

Ex 1 :

Dans cet exercice, on se propose de résoudre l'équation (E) : $|x-5|-|3-x|=4-x$

1) Donner une expression sans valeur absolue de $|x-5|$

$$|x-5|=\begin{cases} x-5 \; si \; x \geqslant 5 \\ 5-x \; si \; x \leqslant 5 \end{cases}$$

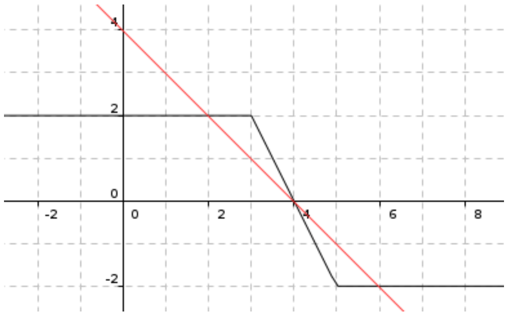
2) Donner une expression sans valeur absolue de $|3-x|$

$$|3-x|=\begin{cases} x-3 \; si \; x \geqslant 3 \\ 3-x \; si \; x \leqslant 3 \end{cases}$$

3) Déduire des questions précédentes une expression de $f(x)=|x-5|-|3-x|$ sans valeur absolue, en discutant suivant les valeurs de x. (L'utilisation d'un tableau semble appropriée)

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$\lvert x-5\rvert$		$5-x$		$5-x$	0	$x-5$	
$\lvert 3-x\rvert$		$3-x$	0	$x-3$		$x-3$	
$f(x)$		2	2	$8-2x$	-2	-2	

4) Représenter graphiquement la fonction f et la droite d'équation $y=4-x$



5) Conjecturer le nombre de solutions de l'équation (E)

Il semble qu'il y a 3 points d'intersection.

6) Résoudre l'équation $f(x)=4-x$ sur les intervalles trouvés à la question précédente.

- Sur $]-\infty\,;3]$:

$f(x)=4-x \iff 2=4-x \iff x=2$

- Sur $]3\,;5]$:

$f(x)=4-x \iff 8-2x=4-x \iff x=4$

- Sur $]5\,;+\infty[$:

$f(x)=4-x \iff -2=4-x \iff x=6$

7) en déduire les solutions de l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.

$S=\{2\,;4\,;6\}$

Ex 2 :

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-6\,;6]$ dont le tableau de variations est le suivant :

x	-6		-4		2		3		4		5		6
f	1	↗	10	↘	0	↘	-4	↗	0	↗	26	↘	5

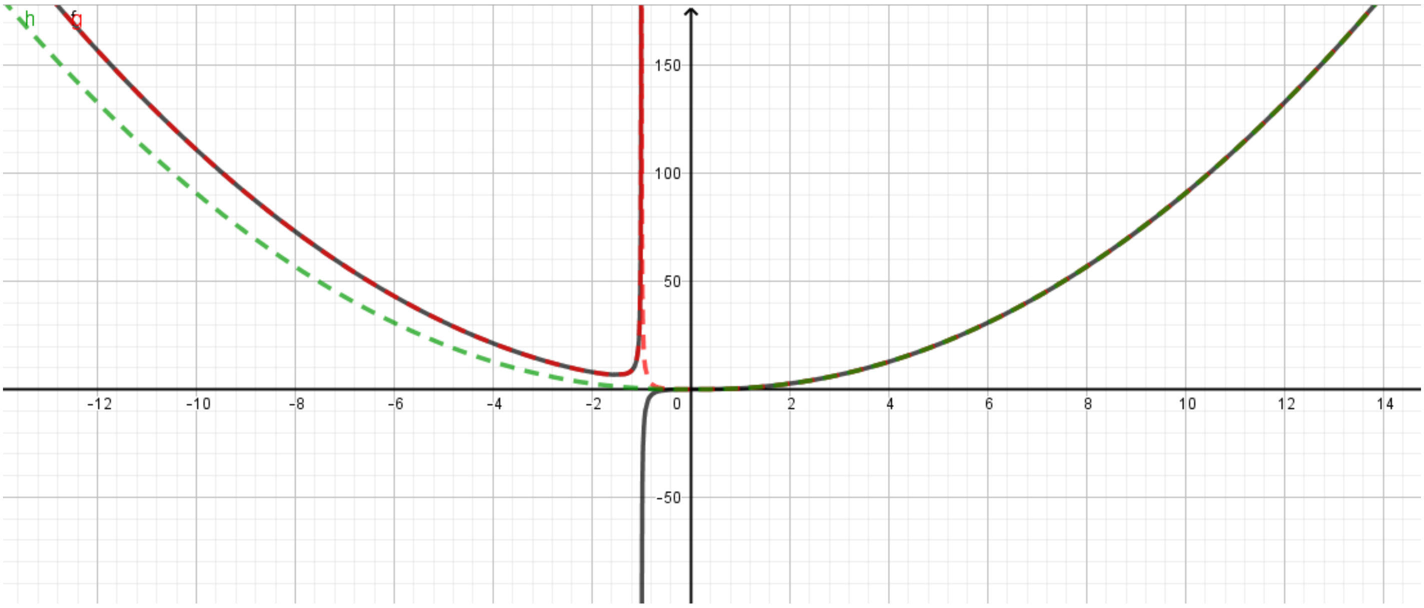
1) $h=\dfrac{1}{f}$. h n'est pas définie en 2 et en 4.

2)

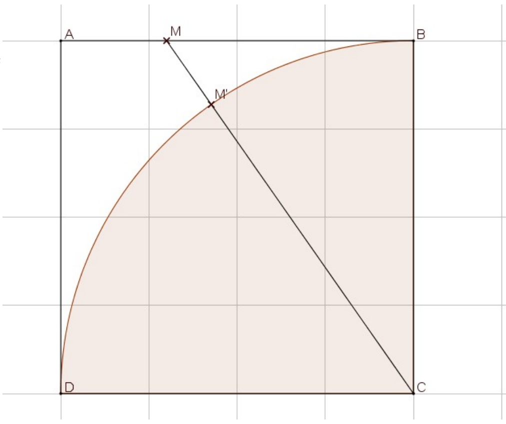
x	-6		-4		2		3		4		5		6
h	1	↘	1/10	↗	‖	↗	-1/4	↘	‖	↘	1/26	↗	1/5

Ex 3 :

On considère la fonction f représentée ci-dessous . Représenter en rouge $|f(x)|$ et en vert $f(|x|)$.



Ex 4 :



ABCD est un carré de côté 4. Le point M appartient à [AB] et [CM] coupe le cercle de centre C passant par B en M'.

On pose x=BM et $f(x)$ =MM'.

1) Comme AB=4, les valeurs possibles prises par x sont tous les nombres réels de l'intervalle [0 ; 4].

2) Dans le triangle MBC rectangle en M, on a, d'après le théorème de Pythagore : $\text{MC}^2=\text{MB}^2+\text{BC}^2=x^2+4^2=x^2+16$. On a donc $\text{MC}=\sqrt{x^2+16}$. Or M'∈[MC], donc $f(x)=\text{MM}'=\text{MC}-\text{M}'\text{C}=\sqrt{x^2+16}-\text{M}'\text{C}$. Comme M' appartient au cercle de centre C et de rayon 4, M'C=4, donc $f(x)=\sqrt{x^2+16}-4$.

3) a. Dresser le tableau de variation de $\text{P}:\text{P}(x)=x^2+16$ sur [0 ; 4].

x	0		4
Variations de P	16	↗	32

b. En déduire celui de f.

x	0		4
Variations de $\sqrt{\text{P}}$	4	↗	$4\sqrt{2}$

x	0		4
Variations de $f=\sqrt{\text{P}}-4$	0	↗	$4\sqrt{2}-4$

4) a. Calculer $f(3)$.

$f(3)=\sqrt{3^2+16}-4=\sqrt{25}-4=5-4=1$.

b. Où peut-on placer le point M pour que $\text{MM}'\geqslant 1$?

Comme f est strictement croissante sur [3 ; 4] et que $f(3)=1$, pour tout $x \in$ [3 ; 4], $f(x)\geqslant f(3)$, c'est-à-dire $\text{MM}'\geqslant 1$.

Comme f est strictement croissante sur [0 ; 3] et que $f(3)=1$, pour tout $x \in$ [0 ; 3], $f(x)\leqslant f(3)$, c'est-à-dire $\text{MM}'\leqslant 1$.