1èreS **Devoir Surveillé n ° 7** - Durée 1 h - Calculatrices autorisées	**Barème :** **1)** *4 pts* **2)** 2 *pts* ***3)*** 4 *pts* **3)** 4 *pts* **4)** 6 *pts*	**Nom :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

PRODUIT SCALAIRE

Ex 1 :

Dans un repère orthomormé $(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j})$ du plan, on a $A\,(2\,;3)$, $B\,(3\,;5)$, $C\,(\sqrt{3}\,;2\sqrt{3})$ et $D\,(-2\,;1)$

a) Faire un dessin

b) Déterminer la mesure principale en radian de l'angle orienté de vecteurs $(\overrightarrow{AB}\,,\,\overrightarrow{CD})$.

Ex 2 : ***Vecteurs orthogonaux ?***

Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2^{98}\\-10^{49}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5^{98}\\10^{49}+1\end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ?

Ex 3 :

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j})$

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}t-1\\t\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\2t-1\end{pmatrix}$.

Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

LOI BINOMIALE

Ex 4 :

Un jeu sans mise de départ consiste à lancer deux dés parfaitement équilibrés 20 fois de suite.
On gagne 10 euros à chaque sortie d'un "double 6".

1) Quelle est la probabilité de gagner au moins 10 euros sur les 20 lancers ?

2) Quelle somme peut-on espérer gagner en moyenne par jeu si l'on joue un grand nombre de fois à ce jeu ?

Ex 5 :

```
1   VARIABLES
2     i EST_DU_TYPE NOMBRE
3     f EST_DU_TYPE LISTE
4     n EST_DU_TYPE NOMBRE
5     x EST_DU_TYPE NOMBRE
6     j EST_DU_TYPE NOMBRE
7     d EST_DU_TYPE LISTE
8   DEBUT_ALGORITHME
9     LIRE n
10    POUR i ALLANT_DE 0 A 5
11      DEBUT_POUR
12      ............................
13      FIN_POUR
14    POUR i ALLANT_DE 1 A n
15      DEBUT_POUR
16      x PREND_LA_VALEUR 0
17      POUR j ALLANT_DE 1 A 5
18        DEBUT_POUR
19        SI (   .................... ) ALORS
20          DEBUT_SI
21          x PREND_LA_VALEUR x+1
22          FIN_SI
23        FIN_POUR
24      d[x] PREND_LA_VALEUR ............
25      FIN_POUR
26    POUR i ALLANT_DE 0 A 5
27      DEBUT_POUR
28      f[i] PREND_LA_VALEUR ..............
29      AFFICHER f[i]
30      FIN_POUR
31  FIN_ALGORITHME
```

On considère un dé tétraédrique numéroté de 1 à 4.
On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de fois où le résultat « 1 » est obtenu au cours de 5 lancers.
On cherche grâce à un algorithme à compléter le tableau suivant :

Valeur prise par X	0	1	2	3	4	5
Fréquence pour n expériences						

1) Compléter les lignes 12,19 , 24 et 28 de l'algorithme
Utiliser les fonctions :
- *floor() pour prendre la partie entière*
- *random() pour choisir un nombre aléatoire appartenant à [0;1[*
- *« == » pour vérifier une égalité*

2) On essaye l'algorithme avec $n = 100000$, on obtient :
0.23715 0.39703 0.26224 0.08786 0.01478 0.00094

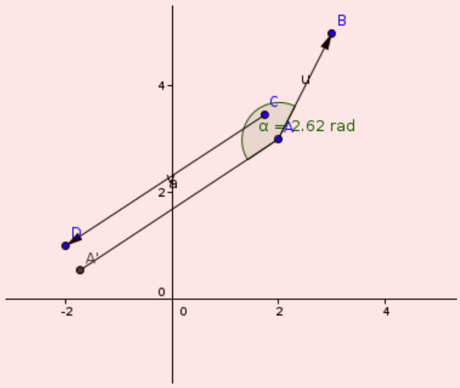
Que représente le nombre 0.26224
De quel nombre est-il proche ? Donner une valeur approchée de ce nombre arrondi à 10^{-5} *près.*
Comment se nomme le phénomène observé ?

Correction

Ex 1 :

Dans un repère orthomormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on a $A(2;3)$, $B(3;5)$, $C(\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ et $D(-2;1)$
a) Faire un dessin

b) Déterminer la mesure principale en radian de l'angle orienté de vecteurs $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.



On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2-\sqrt{3}\\1-2\sqrt{3}\end{pmatrix}$
D'une part : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = 1\times(-2-\sqrt{3})+2\times(1-2\sqrt{3}) = -2-\sqrt{3}+2-4\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$
D'autre part :
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = AB\times CD\times\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \sqrt{1+4}\times\sqrt{(-2-\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}\times\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \sqrt{5}\times 2\sqrt{5}\times\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 10\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

Ainsi
$-5\sqrt{3} = 10\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{5\pi}{6}+2k\pi$ ou $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{5\pi}{6}+2k\pi \ (k\in Z)$

Le dessin nous permet de choisir $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{5\pi}{6}$

Ex 2 : ***Vecteurs orthogonaux ?***

Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2^{98}\\-10^{49}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5^{98}\\10^{49}+1\end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ?

La plupart des calculatrices donne $xx'+yy'=$ ...= 0 ce qui est faux !!!!
En fait $xx'+yy'=-10^{49}$ et les vecteurs ne sont pas orthogonaux.

Ex 3 :

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}t-1\\t\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\2t-1\end{pmatrix}$

Calculer t pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

$\vec{u}\perp\vec{v} \Leftrightarrow 2(t-1)+t(2t-1)=0 \Leftrightarrow 2t-2+2t^2-t=0 \Leftrightarrow 2t^2+t-2=0$

On trouve … $t_1 = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$ et $t_2 = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

Ex 4 :

Un jeu sans mise de départ consiste à lancer deux dés parfaitement équilibrés 20 fois de suite.
On gagne 10 euros à chaque sortie d'un “double 6”.
1) Quelle est la probabilité de gagner au moins 10 euros sur les 20 lancers ?
2) Quelle somme peut-on espérer gagner en moyenne par jeu si l'on joue un grand nombre de fois à ce jeu ?

1) La probabilité de sortir un “double 6” sur le lancer de deux dés est $\frac{1}{36}$.

On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de “double 6” obtenus à l'issu des 20 lancers des deux dés.

X suit la loi binomiale $B\left(20\,;\frac{1}{36}\right)$

On cherche $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{20} \approx 0{,}43$

2) $E(X) = 20 \times \frac{1}{36} \approx 0{,}56$

$E(10\,X) = 10\,E(X) \approx 5{,}6$

Donc en moyenne, on peut espérer gagner 5,6 euros

<u>Ex 5 :</u>

```
1   VARIABLES
2     i EST_DU_TYPE NOMBRE
3     f EST_DU_TYPE LISTE
4     n EST_DU_TYPE NOMBRE
5     x EST_DU_TYPE NOMBRE
6     j EST_DU_TYPE NOMBRE
7     d EST_DU_TYPE LISTE
8   DEBUT_ALGORITHME
9     LIRE n
10    POUR i ALLANT_DE 0 A 5
11      DEBUT_POUR
12      d[i] PREND_LA_VALEUR 0
13      FIN_POUR
14    POUR i ALLANT_DE 1 A n
15      DEBUT_POUR
16      x PREND_LA_VALEUR 0
17      POUR j ALLANT_DE 1 A 5
18        DEBUT_POUR
19        SI (floor(4*random()+1)==1) ALORS
20          DEBUT_SI
21          x PREND_LA_VALEUR x+1
22          FIN_SI
23        FIN_POUR
24      d[x] PREND_LA_VALEUR d[x]+1
25      FIN_POUR
26    POUR i ALLANT_DE 0 A 5
27      DEBUT_POUR
28      f[i] PREND_LA_VALEUR d[i]/n
29      AFFICHER f[i]
30      FIN_POUR
31  FIN_ALGORITHME
```

On considère un dé tétraédrique numéroté de 1 à 4.
On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de fois où le résultat « 1 » est obtenu au cours de 5 lancers.
On cherche grâce à un algorithme à compléter le tableau suivant :

Valeur prise par X	0	1	2	3	4	5
Fréquence pour n expériences						

1) Compléter les lignes 12,19 , 24 et 28 de l'algorithme
Utiliser les fonctions :
- *floor() pour prendre la partie entière*
- *random() pour choisir un nombre aléatoire appartenant à [0;1[*
- *« == » pour vérifier une égalité*

2) On essaye l'algorithme avec $n = 100000$, on obtient :

0.23715   0.39703   0.26224   0.08786   0.01478   0.00094

Que représente le nombre 0.26224
La fréquence d'apparition de 2 fois le nombre 1 au cours de 1000000 répétitions du lancer de 5 dés.

De quel nombre est-il proche ? Donner une valeur approchée de ce nombre arrondi à 10^{-5} *près.*
Comment se nomme le phénomène observé ?

$\binom{5}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^3 \approx 0{,}26367$

La loi des grands nombres.