

## 1èreS Devoir Surveillé n° 5

- Durée 1 h
- Calculatrices inutiles donc interdites

**Commentaires :** Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

### Barème :

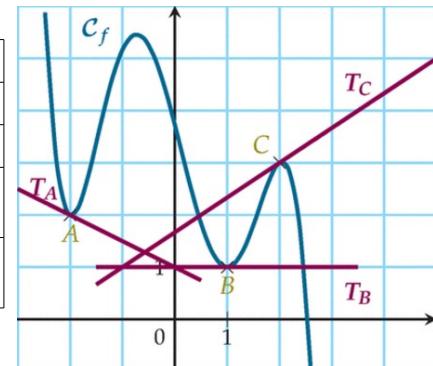
1) 5 pts 2) 4 pts 3) 3 pts 4) 3 pts 5) 5 pts

### Nom :

### DÉRIVATION :

**Ex 1 :** Déterminer graphiquement :

$f(-2)$	Le signe de $f'(0,99)$
$f'(-2)$	Le signe de $f'(-2,5)$
$f(2)$	Le signe de $f'(-1) \times f'(0)$
$f'(2)$	L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1
$f'(1)$	L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2



**Ex 2 :** Restitution Organisée de Connaissances

Soit  $v$  une fonction dérivable sur  $D$  telle que pour tout réel  $a$  de  $D$ ,  $v(a) \neq 0$ .

Montrer que  $\frac{1}{v}$  est dérivable sur  $D$  et que  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

### VARIABLES ALÉATOIRES

**Ex 3 :** QCM ( réponse juste +1, réponse fausse -1, pas de réponse 0)

Un cube en bois est peint et découpé en petits cubes identiques. Tous les petits cubes sont placés dans un sac. On tire un cube au hasard et on note  $N$  le nombre de faces peintes.

1)  $N$  peut prendre les valeurs :

- a) 0,1,2,3   b) 27 valeurs   c) 0,1,2,3,4,5,6   d) 1,2,3

2) La loi de probabilité de  $N$  est :

$k$	0	1	2	3
$P(N = k)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$k$	0	1	2	3
$P(N = k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$k$	0	1	2	3
$P(N = k)$	0,04	0,22	0,44	0,30

$k$	0	1	2	3
$P(N = k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{6}{27}$

3) L'espérance de  $N$  est égale à :

- a) 1   b) 1,5   c) 2   d) 3

**Ex 4 :** Une variable aléatoire  $X$  suit la loi de probabilité suivante :

$x_i$	-3	1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	$p$	$q$	0,3

Déterminer la valeur des réels  $p$  et  $q$  tels que  $E(X) = 2$  et  $V(X) = 5,6$

**Ex 5 :**

Un joueur joue au tiercé et choisit ses trois numéros au hasard. 8 chevaux participent à la course.

1) a) Il y a 8 choix pour le cheval qui arrive en premier. Combien y en a-t-il pour le deuxième ? pour le troisième ?

b) En déduire le nombre d'arrivées possibles pour les trois premiers chevaux.

2) Un joueur paie 10 euros pour un ticket du tiercé.

Si son tiercé est le bon, il gagne 1 000 euros ; si son tiercé est dans le désordre, il gagne 100 euros. Dans les autres cas, il ne gagne rien.

Quelle est la loi de probabilité de son gain algébrique ?

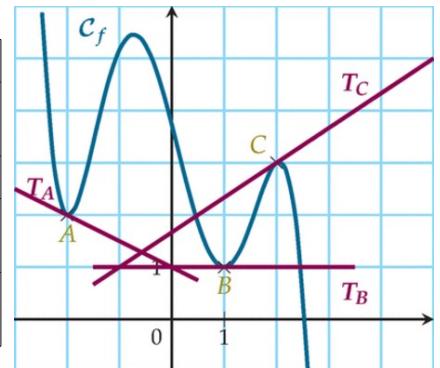
3) Quelle est l'espérance de son gain ?

### Correction :

### DÉRIVATION :

**Ex 1 :** Déterminer graphiquement :

$f(-2)$	2	Le signe de $f'(0,99)$	négatif
$f'(-2)$	$-\frac{1}{2}$	Le signe de $f'(2,5)$	négatif
$f(2)$	3	Le signe de $f'(-1) \times f'(0)$	négatif
$f'(2)$	$\frac{2}{3}$	L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1	$y=1$
$f'(1)$	0	L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2	$y=-\frac{1}{2}x+1$



**Ex 2 : Restitution Organisée de Connaissances**

Soit  $v$  une fonction dérivable sur  $D$  telle que pour tout réel  $a$  de  $D$ ,  $v(a) \neq 0$ .

Montrer que  $\frac{1}{v}$  est dérivable sur  $D$  et que  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

Soit  $a \in D$ .

$$\text{Pour tout } h \neq 0, \quad t(h) = \frac{\frac{1}{v(a+h)} - \frac{1}{v(a)}}{h} = \frac{v(a) - v(a+h)}{h \times v(a) \times v(a+h)} = -\frac{v(a+h) - v(a)}{h} \times \frac{1}{v(a) \times v(a+h)}$$

Or  $\lim_{h \rightarrow 0} -\frac{v(a+h) - v(a)}{h} = -v'(a)$  et  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{v(a) \times v(a+h)} = \frac{1}{v(a)^2}$ .

Donc  $\left(\frac{1}{v}\right)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} t(h) = -\frac{v'(a)}{v(a)^2}$ , pour tout  $a \in D$ .

**Ex 3 :**

1) a) 2) c) 3) c)

**Ex 4 :**

Une variable aléatoire suit la loi de probabilité suivante :

$x_i$	-3	1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	$p$	$q$	0,3

Déterminer la valeur des réels  $p$  et  $q$  tels que  $E(X) = 2$  et  $V(X) = 5,6$

$$\begin{cases} \bar{E}(X) = 2 \\ V(X) = 5,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p + 2q = 0,8 \\ p + 4q = 1,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 0,4 \\ q = 0,2 \end{cases}$$

**Ex 5 :**

Un joueur joue au tiercé et choisit ses trois numéros au hasard. 8 chevaux participent à la course.

1) a) Il y a 8 choix pour le cheval qui arrive en premier. Combien y en a-t-il pour le deuxième ? pour le troisième ?

b) En déduire le nombre d'arrivées possibles pour les trois premiers chevaux.

2) Un joueur paie 10 euros pour un ticket du tiercé.

Si son tiercé est le bon, il gagne 1 000 euros ; si son tiercé est dans le désordre, il gagne 100 euros. Dans les autres cas, il ne gagne rien.

Quelle est la loi de probabilité de son gain algébrique ?

3) Quelle est l'espérance de son gain ?

Il y a 8 choix pour le cheval qui arrive en premier. Combien y en a-t-il pour le deuxième ? pour le troisième ?

- Il y a 7 choix pour le second et 6 choix pour le troisième.

En déduire le nombre d'arrivées possibles pour les trois premiers chevaux.

- $8 \times 7 \times 6 = 336$

Il y a 336 arrivées possibles pour les trois premiers chevaux.

Il y a 5 possibilités d'avoir le tiercé dans le désordre.

Gain en euros	990	90	-10
Probabilité	$\frac{1}{336}$	$\frac{5}{336}$	$\frac{330}{336}$

$$990 \times \frac{1}{336} + 90 \times \frac{5}{336} - 10 \times \frac{300}{336} \approx -5,53$$

L'espérance de gain est d'environ -5,53 euros