

1èreS3 Devoir Surveillé n°4

- Durée 1 h
- Calculatrices interdites

Barème :

1) 6 pts 2) 4 pts 3) 6 pts 4) 4 pts

Nom :

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

Ex 1 :

1) Soit les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} tels que :

$$(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{2\pi}{3} \quad \text{et} \quad (\vec{v}, \vec{w}) = -\frac{\pi}{4}$$

Déterminer la mesure principale en radian des angles orientés :

$$(\vec{u}, \vec{w}) \quad \text{et} \quad (-\vec{u}, \vec{v})$$

2) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté de mesure $\alpha = 29$ rad

Ex 2 : Quelques formules ...

$$\bullet \quad \cos(\pi - x) =$$

$$\bullet \quad \cos(\pi + x) =$$

$$\bullet \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$

$$\bullet \quad \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$\bullet \quad \sin(-x) =$$

$$\bullet \quad \sin(\pi - x) =$$

$$\bullet \quad \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$\bullet \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$$

Ex 3 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(\pi + x) - 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(5\pi + x)$$

$$B = \sum_{i=1}^9 \cos\left(\frac{i\pi}{10}\right)$$

Ex 4 :

1) Résoudre dans \mathbb{R} , $\sin(3x) = \sin\left(\frac{5\pi}{7}\right)$

2) Résoudre dans \mathbb{R} , $\cos(4x) = \frac{4+\pi}{6}$

Correction :

Ex 1 :

1) Soit les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} tels que :

$$(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{2\pi}{3} \quad \text{et} \quad (\vec{v}, \vec{w}) = -\frac{\pi}{4}$$

Déterminer la mesure principale en radian des angles orientés :

$$(\vec{u}, \vec{w}) \quad \text{et} \quad (-\vec{u}, \vec{v})$$

$$(\vec{u}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = -\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = -\frac{11\pi}{12}$$

$$\text{et } -\pi < -\frac{11\pi}{12} \leq \pi$$

La mesure principale de (\vec{u}, \vec{v}) est donc $-\frac{11\pi}{12}$

$$(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi = -\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3} \quad \text{et} \quad -\pi < \frac{\pi}{3} \leq \pi$$

La mesure principale de $(-\vec{u}, \vec{v})$ est donc $\frac{\pi}{3}$

2) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté de mesure $\alpha = 29$ rad

Soit x la mesure principale de l'angle.

Il existe $k \in \mathbb{Z}$, tel que $x = 29 + 2k\pi$

$$-\pi \leq x \leq \pi$$

$$\Leftrightarrow -\pi \leq 29 + 2k\pi \leq \pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\pi - 29}{2\pi} \leq k \leq \frac{\pi - 29}{2\pi}$$

$$\text{Or } \frac{-\pi - 29}{2\pi} \approx -5,1 \quad \text{et} \quad \frac{\pi - 29}{2\pi} \approx -4,1$$

Donc $k \approx -5$ et $x = 29 - 10\pi$

Ex 2 : Quelques formules ...

- $\cos(\pi - x) = -\cos x$

- $\cos(\pi + x) = -\cos x$

- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

- $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

- $\sin(-x) = -\sin x$

- $\sin(\pi - x) = \sin x$

- $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

Ex 3 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(\pi+x) - 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos(5\pi+x)$$

$$A = \cos(\pi+x) - 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos(5\pi+x) = -\cos x - 3 \cos x + \cos(4\pi+\pi+x) = -4 \cos x + \cos(\pi+x) = -4 \cos x - \cos x = -5 \cos x$$

$$B = \sum_{i=1}^9 \cos\left(\frac{i\pi}{10}\right)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(9\frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(2\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(8\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(3\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(7\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(4\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(6\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(5\frac{\pi}{10}\right)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{4\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{10}\right)$$

$$\text{Or } \cos(\pi-x) = -\cos x \text{ et } \cos\left(\frac{5\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Ainsi $B=0$

Ex 4 :

1) Résoudre dans \mathbb{R} , $\sin(3x) = \sin\left(\frac{5\pi}{7}\right)$

$$\sin(3x) = \sin\left(\frac{5\pi}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{5\pi}{7} + 2k\pi \text{ ou } 3x = \pi - \frac{5\pi}{7} + 2k'\pi \quad (k \in \mathbb{Z}, k' \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{21} + \frac{2k\pi}{3} \text{ ou } x = \frac{2\pi}{21} + \frac{2k'\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}, k' \in \mathbb{Z})$$

2) Résoudre dans \mathbb{R} , $\cos(4x) = \frac{4+\pi}{6}$

$$\frac{4+\pi}{6} > 1 \dots \text{ il n'y a donc pas de solution !}$$