1èreS3 **Devoir Surveillé n ° 1**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 4 pts **2)** 4 pts **3)** 6 pts **4)** 6 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 : *QCM*

Quelles sont les phrases synonymes de :
« 2 est une racine du trinôme $\mathrm{P}(x)=5x^2+4x-1$ » ?

a) 2 est l'image de 0 par le trinôme P.

b) 0 est l'image de 2 par le trinôme P.

c) 2 est solution de l'équation $\mathrm{P}(x)=0$.

d) 0 est solution de l'équation $\mathrm{P}(x)=-1$.

e) Le point de coordonnées (0;2) appartient à $\mathrm{C_P}$.

f) Le point de coordonnées (2 ;0) appartient à $\mathrm{C_P}$.

h) Le trinôme P est factorisable par (x+2) .

i) Le trinôme P est factorisable par (x-2) .

Ex 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{x}{2x+3}=\dfrac{x-1}{2x}$

Ex 3 : Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $f(x)=x-3+\dfrac{9x-26}{x-3}$
En déduire les solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 0$

Ex 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-3\}$ par $f(x)=\dfrac{1}{x+3}+4$ et A le point de coordonnées $A(5;8)$.
On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan.
Soit $M(x_M;y_M)$ un point de C et N son symétrique par rapport à A.

a) Si M a pour abscisse 13, N appartient-il à C ?

b) Démontrer que dans le cas où N appartient à la courbe, les abscisses de M et N vérifient l'équation $x^2-10x-37=0$

c) Résoudre cette équation et en déduire les coordonnées de M et N.

Correction :

Ex 1 : *QCM*

Quelles sont les phrases synonymes de :

« 2 est une racine du trinôme $P(x)=x^2+x-6$ » ?

a) 2 est l'image de 0 par le trinôme P.
*b) 0 est l'image de 2 par le trinôme P.
*c) 2 est solution de l'équation $P(x)=0$.
d) 0 est solution de l'équation $P(x)=2$.
e) Le point de coordonnées (0;2) appartient à C_P .
*f) Le point de coordonnées (2 ;0) appartient à C_P .
h) Le trinôme P est factorisable par (x+2) .
*i) Le trinôme P est factorisable par (x-2) .

Ex 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{x}{2x+3}=\dfrac{x-1}{2x}$

Pour tout $x\neq-\dfrac{3}{2}$ et $x\neq 0$, on a :

$$\frac{x}{2x+3}=\frac{x-1}{2x} \Leftrightarrow 2x^2=2x^2-2x+3x-3 \Leftrightarrow x=3$$

Ex 3 :

Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $f(x)=x-3+\dfrac{9x-26}{x-3}$

En déduire les solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 0$

$\forall\, x\neq 3$, on a $f(x)=\ldots=\dfrac{x^2+3x-17}{x-3}$

Les solutions de l'équation $x^2+3x-17=0$ sont … $x_1=\dfrac{-3-\sqrt{77}}{2}\approx-5{,}89$ et $x_2=\dfrac{-3+\sqrt{77}}{2}\approx 2{,}89$

On en déduit le tableau de signes.

x	$-\infty$		x_1		x_2		3		$+\infty$
$x^2+3x-17$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Ainsi $f(x)\geqslant 0 \Leftrightarrow x\in[x_1\,;x_2]\cup]3\,;+\infty[$

Ex 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-3\}$ par $f(x)=\dfrac{1}{x+3}+4$ et A le point de coordonnées $A(5\,;8)$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ du plan.
Soit $M(x_M\,;\,y_M)$ un point de C et N son symétrique par rapport à A.

a) Si M a pour abscisse 13, N appartient-il à C ?

b) Démontrer que dans le cas où N appartient à la courbe, les abscisses de M et N vérifient l'équation $x^2-10x-37=0$

c) Résoudre cette équation et en déduire les coordonnées de M et N.

a. Si M a pour abscisse 13, alors il a pour ordonnées $y_M = \frac{65}{16}$. Ainsi, le point N a pour coordonnées $\left(-3\,;\frac{191}{16}\right)$. Mais ce point ne peut pas appartenir à C car –3 n'appartient pas à l'ensemble de définition de *f*.

b. N est symétrique de M par rapport à A, donc $x_N = 10 - x_M$ et $y_N = 16 - y_M$.
De plus, comme M appartient à la courbe, on a $y_M = f(x_M)$. Ainsi, $y_N = 12 - \frac{1}{x_M + 3}$.

Le fait que N appartient à la courbe se traduit par

$$\begin{aligned} y_N = f(x_N) &\Leftrightarrow (y_N - 4)(x_N + 3) = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{-8x_M + 80x_M + 296}{x_M + 3} = 0 \\ &\Leftrightarrow -x_M^2 + 10x_M + 37 = 0 \\ &\Leftrightarrow x_M^2 - 10x_M - 37 = 0. \end{aligned}$$

Les points M et N jouent un rôle symétrique : il suffit de refaire la même démonstration en échangeant leur rôle.

c. Cette équation a pour solution $5 + \sqrt{62}$ et $5 - \sqrt{62}$ qui sont les abscisses des points M et N. Leur ordonnées sont alors $\frac{16 - \sqrt{62}}{2}$ et $\frac{16 + \sqrt{62}}{2}$.