

1ère Devoir surveillé n° 1

- Durée 1h30
- Calculatrices de lycée interdites
- Devoir de mathématique



Barème : 1) 2 pts 2) 3 pts 3) 5 pts 4) 2 pts 5) 4 pts 5) 4 pts	Nom :
---	--------------

Ex 1 : Dans la liste ci-dessous, entourer les trinômes du second degré :

$$P_1(x)=2x^2-\frac{\pi}{4}x+1$$

$$P_2(x)=(2x-2)^2-4(x-5)^2$$

$$P_3(x)=(2x-5)(\sqrt{2}-x)$$

$$P_4(x)=2(x-3)^2+5$$

$$P_5(x)=\frac{x^4+x^2+x+1}{x^4+1}$$

$$P_6(x)=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1}$$

Ex 2 : 1) Ecrire le trinôme $Q(x)=2x^2+5x+3$ sous forme canonique.

2) En déduire les coordonnées du sommet S de la parabole représentant Q.



Toute possession de téléphone portable sera immédiatement sanctionnée par un zéro au devoir et une mise à zéro immédiate du bonus trimestriel. La plupart des devoirs comporteront des indicateurs clairs me permettant d'affirmer qu'un élève a utilisé une intelligence artificielle. La moindre suspicion (grâce aux indicateurs) impliquera un entretien en tête à tête systématique ...

Ex 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{x-4}{2x+2}$ (E_1)

2) $-4x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ (E_2)

Ex 4 : Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 10x + 7}}$

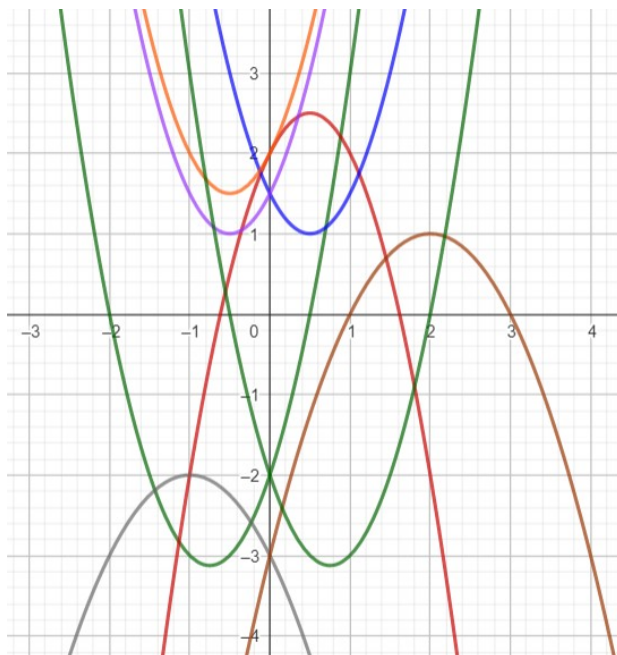
Ex 5 : Faire correspondre avec une flèche la courbe représentant chacun des 4 trinômes ci-dessous :

$$f(x) = (2x - 1)(x + 2)$$

$$g(x) = -2x^2 + 2x + 2$$

$$h(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

$$s(x) = -x^2 + 4x - 3$$



Ex 6 : Soit P le polynôme de degré 3 défini par $P(x) = 4x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.

1) Trouver une racine évidente x_0 de P .

2) On peut alors factoriser P comme suit : $P(x) = (x - x_0)(ax^2 + bx + c)$. En déduire les valeurs de a , b et c .

3) Factoriser P .

Correction :

Ex 1 : Dans la liste ci-dessous, entourer les trinômes du second degré :

$$P_1(x) = 2x^2 - \frac{\pi}{4}x + 1$$

$$P_2(x) = (2x-2)^2 - 4(x-5)^2$$

$$P_3(x) = (2x-5)(\sqrt{2}-x)$$

$$P_4(x) = 2(x-3)^2 + 5$$

$$P_5(x) = \frac{x^4 + x^2 + x + 1}{x^4 + 1}$$

$$P_6(x) = \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1}$$

Ex 2 :

$$1) \quad Q(x) = 2x^2 + 5x + 3 = 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 2\left(\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + \frac{3}{2}\right) = 2\left(\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right) = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$$

$$2) \quad S\left(-\frac{5}{4}; -\frac{1}{8}\right)$$

Ex 3 :

1) Pour tout $x \neq -1$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+1} &= \frac{x-4}{2x+2} \Leftrightarrow (2x-1)(2x+2) = (x-4)(x+1) \\ &\Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 2x - 2 = x^2 + x - 4x - 4 \\ &\Leftrightarrow 3x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (E'_1) \end{aligned}$$

$x_1 = -1$ est une racine évidente de (E'_1) .

$$x_1 x_2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x_2 = -\frac{2}{3}$$

Comme -1 est valeur interdite, on en déduit que $-\frac{2}{3}$ est l'unique solution de (E_1) .

$$2) \quad -4x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \quad (E_2)$$

On pose $X = x^2$

On est amené à résoudre $-4X^2 - 4X + 3 = 0 \quad (E')$

$$\Delta = 4^2 + 4 \times 4 \times 3 = 16 + 48 = 64$$

$$X_1 = \frac{-4 - \sqrt{64}}{8} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{-4 + \sqrt{64}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

L'équation $x^2 = \frac{-3}{2}$ n'a pas de solutions.

Donc les solutions de (E_2) sont les solutions de l'équation :

$$x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ex 4 : Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 10x + 7}}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 7 > 0$$

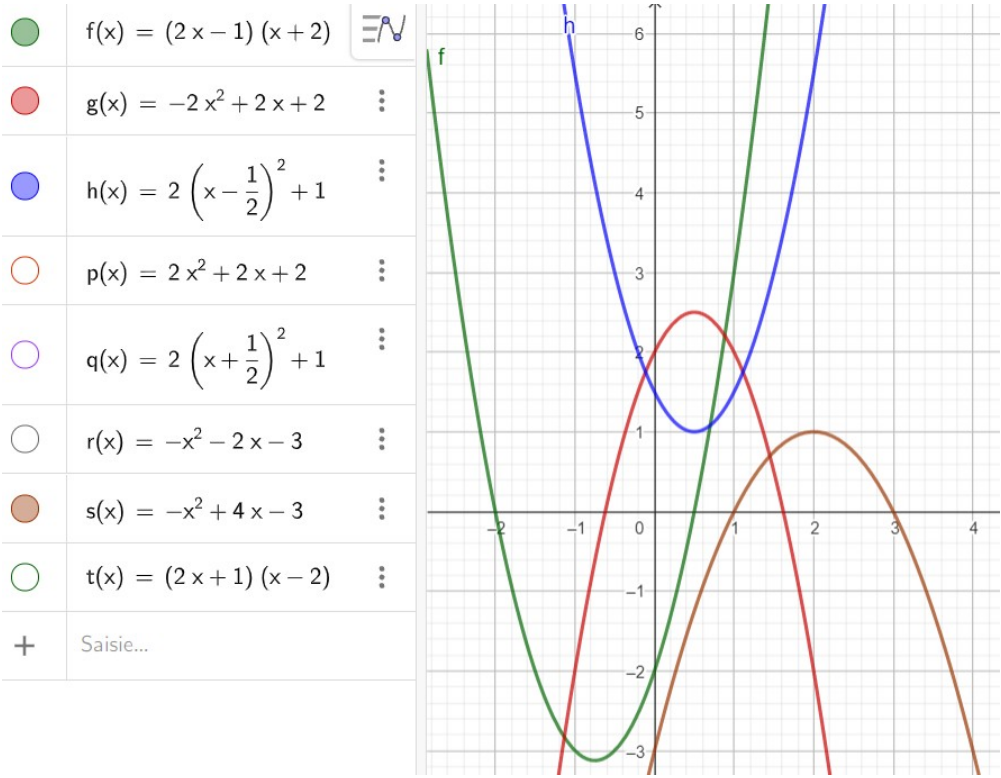
$$\dots \text{ on obtient } x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{7}{3}$$

$3x^2 - 10x + 7$ est du signe de $a=3$ sauf entre les racines.

$$\text{On a donc : } 3x^2 - 10x + 7 > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 1[\cup \left] \frac{7}{3}; +\infty \right[$$

$$\text{Et } D_f =]-\infty; 1[\cup \left] \frac{7}{3}; +\infty \right[$$

Ex 5:



Ex 6:

1) $P(1)=0$, donc 1 est une racine évidente. $P(x)=4x^3-3x^2-3x+2$

2) Pour tout réel x , on a :

$$(x-1)(ax^2+bx+c) = ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c = ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$$

Par identification avec $P(x)$, on obtient :

$$\begin{cases} a=4 \\ b-a=-3 \\ c-b=-3 \\ -c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$$

Ainsi pour tout réel x , on a : $P(x)=(x-1)(4x^2+x-2)$

3) $\Delta =1+32=33$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{33}}{8} \text{ et } x_2=\frac{-1+\sqrt{33}}{8}$$

On en déduit que pour tout réel x , $4x^2+x-2=4(x-x_1)(x-x_2)$ et $P(x)=4(x-1)(x-x_1)(x-x_2)$